# Tentamen
# ess115 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

23 augusti 2011 kl. 08.30-12.30 sal: M

| | |
|---|---|
| Förfrågningar: | Ankn. 1808 |
| Lösningar: | Anslås onsdagen den 24 aug på institutionens anslagstavla, plan 5. |
| Resultat: | Rapporteras in i Ladok. |
| Granskning: | Torsdag 8 sept kl. 12.00 - 13.00 , rum 3315 (Lunnerummet) |
| Bedömning: | En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng. |

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte)

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

| *Poäng* | 0-7.5 | 8-11.5 | 12-14.5 | 15-18 |
|---|---|---|---|---|
| *Betyg* | U | 3 | 4 | 5 |

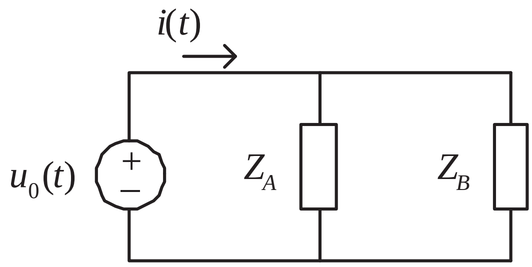
Lycka till!

1. Betrakta växelströmskretsen i figur 1. Den består av en drivande spänningskälla och två parallellkopplade impedanser ($Z_A$ och $Z_B$). Impedansen $Z_A$ mottager den komplexa effekten $S_A = 9.216 + j6.912$ VA. Dessutom är den andra impedansen känd, $Z_B = 42.426\angle 45°\ \Omega$.

   a) Beräkna strömmen $i(t)$ ut från spänningskällan.

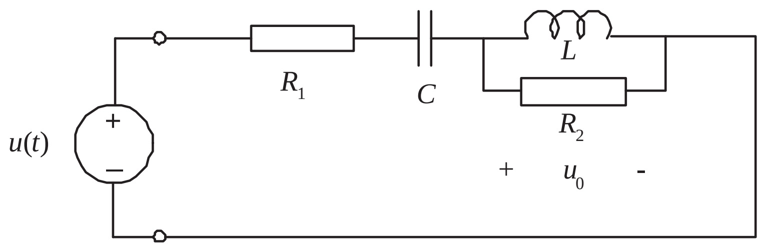
   b) Beräkna den ekvivalenta impedans som spänningskällan ser som sin last, alltså $Z_A$ parallellkopplad med $Z_B$.

   Antag sinusformat stationärtillstånd med $u_0(t) = 24\cos(5t + 30°)$ V.




Figur 1: Växelströmskrets med två impedanser.

2. Betrakta växelströmskretsen i figur 2 och beräkna spänningen $u_0(t)$ över induktansen. Antag att stationärtillstånd råder.



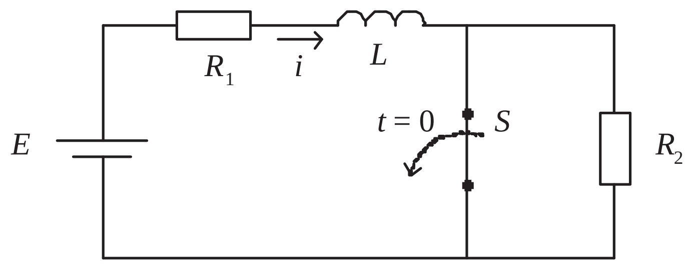

Figur 2: Växelströmskrets.

$C = 200\ \mu\text{F}$ $\quad R_1 = 5.0\ \Omega$

$L = 50\ \text{mH}$ $\quad R_2 = 50\ \Omega$ $\quad u(t) = 10\cos(500t)$ V

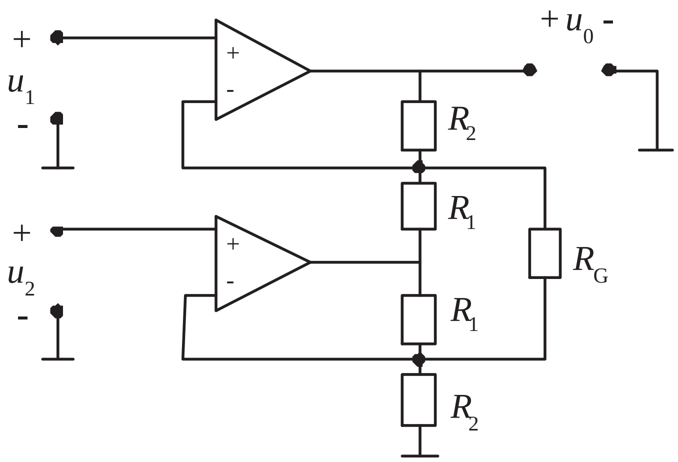
3. Brytaren $S$ i kretsen i figur 3 har varit sluten under en lång tid. Vid tidpunkten $t = 0$ öppnas brytaren hastigt. Beräkna strömmen $i(t)$ strax innan samt efter det att brytaren $S$ öppnas.

$$R_1 = 5.0\ \Omega \qquad R_2 = 7.0\ \Omega$$
$$L = 0.50\ \text{H} \qquad E = 60\ \text{V}$$




Figur 3: Elektrisk krets.

4. Beräkna utspänningen $u_0$ som funktion av inspänningarna $u_1$ och $u_2$. Antag ideala operationsförstärkare.



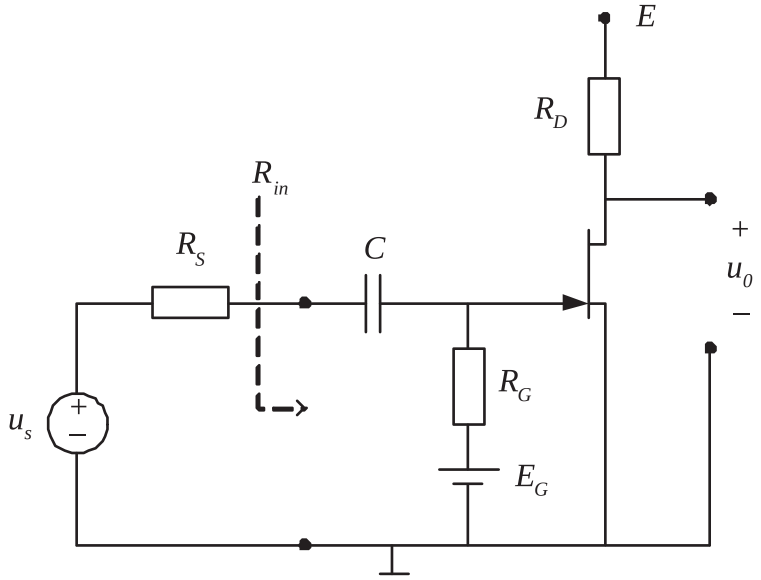

Figur 4: OP-förstärkarkrets.

5. Beräkna spänningsförstärkningen $\frac{u_0}{u_s}$ hos förstärkaren i figur 5.
Beräkna även förstärkarens inresistans $R_{in}$ som den är angiven i figuren.
Reaktansen från kapacitansen, $X_C = \frac{1}{\omega C}$, kan försummas vid aktuella signalfrekvenser.

$R_S = 10$ kΩ   $R_D = 2.0$ kΩ   $R_G = 100$ kΩ
$E = 15.0$ V   $E_G = -1.0$ V

För transistorn gäller

$I_{DSS} = 5.0$ mA   $U_P = -3.0$ V



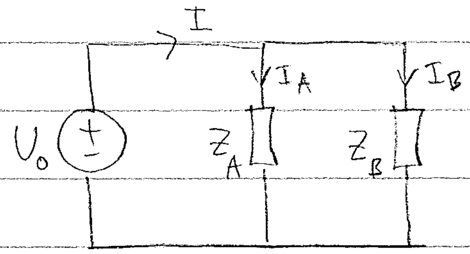

Figur 5: JFET förstärkare.

6. Tre lika förstärkare, $A(j\omega)$, kaskadkopplas. Den kaskadkopplade förstärkaren återkopplas negativt med återkopplingsfaktorn $\beta$ där $\beta$ är reell. Den återkopplade förstärkarens slingförstärkning blir då $T(j\omega) = -\beta A^3(j\omega)$.
Beräkna $\beta$ så att en amplitudmarginal på 12.04 dB erhålls.

$$A(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega}$$

Elektriska Nät och System F2
ess115 110823

1. jω-transformera kretsen




$S_A = 9{,}216 + j\,6{,}912$ VA

$Z_B = 42{,}426 \angle 45^\circ$ Ω

$U_0 = 24 \angle 30^\circ$

$$S_A = \frac{1}{2} U_0 I_A^* \Rightarrow I_A^* = \frac{2 S_A}{U_0} \Rightarrow I_A = \left(\frac{2 S_A}{U_0}\right)^*$$

$$S_A = 9{,}216 + j\,6{,}912 = 11{,}52 \angle 36{,}87^\circ$$

$$I_A = 2\left(\frac{11{,}52 \angle 36{,}87^\circ}{24 \angle 30^\circ}\right)^* = 2\cdot(0.48 \angle 6{,}87^\circ)^* = 0{,}96 \angle -6{,}87^\circ$$

$$Z_A = \frac{U_0}{I_A} = \frac{24 \angle 30^\circ}{0{,}96 \angle -6{,}87} = 25 \angle 36{,}87^\circ \ \Omega$$

$$I_B = \frac{U_0}{Z_B} = \frac{24 \angle 30^\circ}{42{,}426 \angle 45^\circ} = 0{,}56 \angle -15^\circ$$

$$I = I_A + I_B = 0{,}96 \angle -6{,}87^\circ + 0{,}56 \angle -15^\circ =$$
$$= 0{,}95 - j\,0{,}11 + 0{,}54 - j\,0{,}14 = 1{,}49 - j\,0{,}25 =$$
$$= 1{,}51 \angle -9{,}52^\circ$$

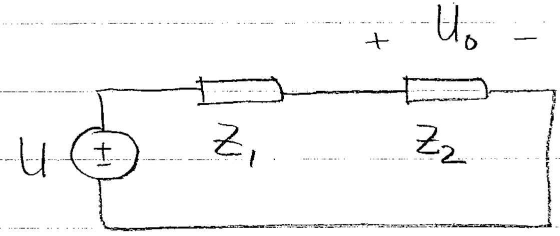
$$Z_{ekv} = \frac{U_0}{I} = \frac{24 \angle 30^\circ}{1{,}51 \angle -9{,}52^\circ} = 15{,}9 \angle 39{,}52^\circ = 12{,}2 + j\,10{,}1 \ \Omega$$

Svar: $i(t) = 1{,}51 \cos(5t - 9{,}5^\circ)$ A

$Z_{ekv} = 15{,}9 \angle 39{,}5^\circ$ Ω

ess115
110823

2. $j\omega$ - transformera




$\omega = 500$

$U = 10$

$Z_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + j\omega R_1 C}{j\omega C}$

$Z_2 = j\omega L \,//\, R_2 = $

$= \frac{j\omega L R_2}{j\omega L + R_2}$

$$U_0 = U \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = U \cdot \frac{1}{\frac{Z_1}{Z_2} + 1}$$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1 + j\omega R_1 C}{j\omega C} \cdot \frac{j\omega L + R_2}{j\omega L R_2} = \frac{j\omega L + R_2 - \omega^2 L R_1 C + j\omega R_1 R_2 C}{-\omega^2 L R_2 C}$$

$$= - \frac{R_2 - \omega^2 L R_1 C + j\omega (L + R_1 R_2 C)}{\omega^2 L R_2 C}$$

$$U_0 = U \cdot \frac{-\omega^2 L R_2 C}{R_2 - \omega^2 L R_1 C + j\omega (L + R_1 R_2 C) - \omega^2 L R_2 C} =$$

$$= \frac{U \quad \omega^2 L R_2 C}{\omega^2 L C (R_1 + R_2) - R_2 - j\omega (L + R_1 R_2 C)} = \ldots = \frac{1250}{87{,}5 - j50}$$

$$U_0 = \frac{1250}{100.78 \angle -29{,}7^\circ} = 12{,}4 \angle +29{,}7^\circ$$

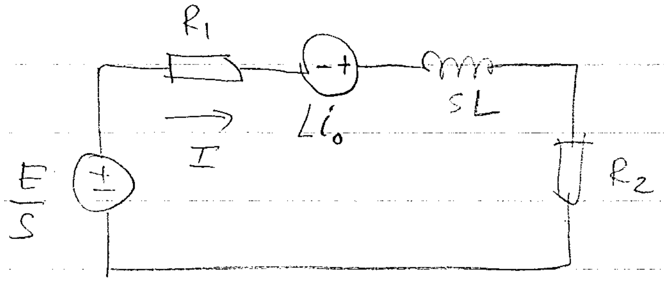
Svar: $u_0(t) = 12.4 \cos(500t + 29.7^\circ)$ V

ess115
110823

3

$t < 0$ Begynnelseström i induktansen $i_0 = \frac{E}{R_1} = \frac{60}{5} = 12\,A$

$t \geq 0$




$L = 0{,}50\,H$
$R_1 = 5{,}0\,\Omega$
$R_2 = 7{,}0\,\Omega$
$E = 60\,V$

KVL: $-\frac{E}{S} + R_1 I - Li_0 + sLI + R_2 I = 0$

$$I = \frac{\frac{E}{s} + Li_0}{R_1 + R_2 + sL} = \frac{E}{s(R_1 + R_2 + sL)} + \frac{Li_0}{R_1 + R_2 + sL}$$

$$I = \frac{60}{s(12 + 0{,}5s)} + \frac{0{,}50 \cdot 12}{12 + 0{,}5s} = \frac{60}{s(24+s)} + \frac{12}{24+s}$$

$$\frac{120}{s(24+s)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{24+s} \Rightarrow \begin{matrix} A = 5 \\ B = -5 \end{matrix}$$

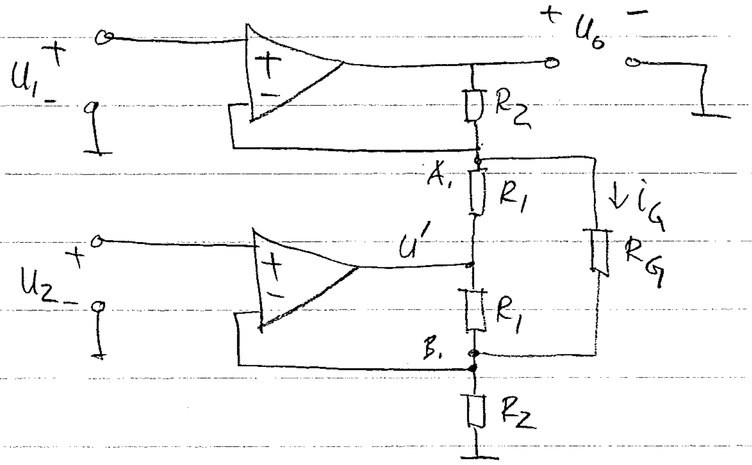
$$I(s) = \frac{5}{s} - \frac{5}{24+s} + \frac{12}{24+s} = \frac{5}{s} + \frac{7}{24+s}$$

Inv. transf.

$$i(t) = \left[5 + 7e^{-24t}\right] \cdot u(t)$$

ess 115
110823

4.




Ideala Op-först. } ε = 0
Neg. återk.
$i_{op} = 0$

$$KCL_A: \quad \frac{u_0 - u_1}{R_2} + \frac{u' - u_1}{R_1} + \frac{u_2 - u_1}{R_G} = 0 \qquad (1)$$

$$KCL_B: \quad \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_2 - u_1}{R_G} + \frac{u_2 - u'}{R_1} = 0 \qquad (2)$$

$$(1): \quad \frac{u_0}{R_2} - u_1\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_G}\right) + \frac{u_2}{R_G} = -\frac{u'}{R_1}$$

$$(2): \quad -\frac{u'}{R_1} = \frac{u_1}{R_G} - u_2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_G}\right)$$

$$\frac{u_0}{R_2} = u_1\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_G}\right) - \frac{u_2}{R_G} + \frac{u_1}{R_G} - u_2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_G}\right) =$$

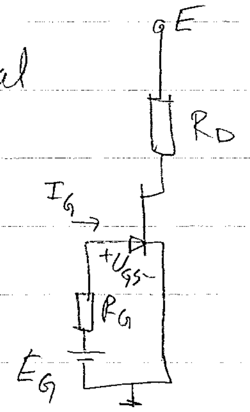
$$= u_1\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_G}\right] - u_2\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_G}\right]$$

**Svar:** $$u_0 = (u_1 - u_2)\left[1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{2R_2}{R_G}\right]$$

5

ess115
110823

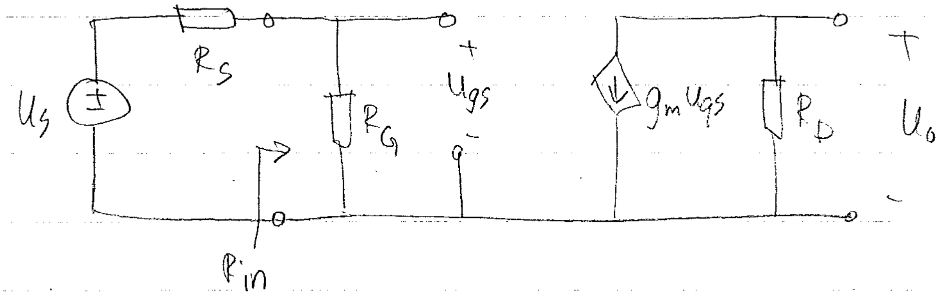
Storsignal




$I_G = 0$

$U_{GS} = E_G = -1\ V$

Småsignal




$$\begin{cases} U_{gs} = U_S \dfrac{R_G}{R_S + R_G} \Rightarrow U_S = U_{gs} \dfrac{R_S + R_G}{R_G} \\ U_o = -g_m U_{gs} R_D \end{cases}$$

$$\frac{U_o}{U_S} = -\frac{R_G}{R_S + R_G} \cdot g_m R_D$$

$$g_m = \frac{\partial i_D}{\partial U_{GS}} = \frac{\partial}{\partial U_{GS}}\left(I_{DSS}\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_P}\right)^2\right) = -\frac{2 I_{DSS}}{U_P}\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_P}\right) =$$

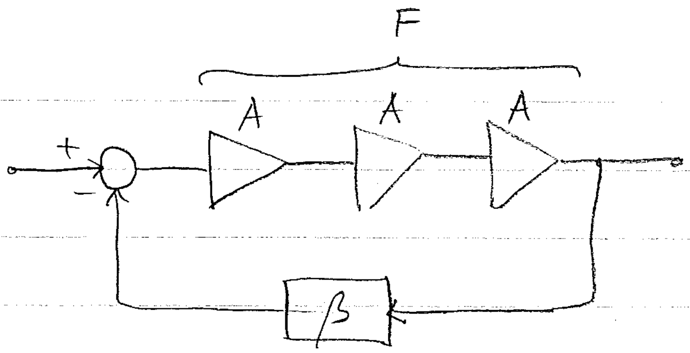
$$= -\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{-3}\left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{10}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 10^{-3} = \frac{20}{9} \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{U_o}{U_S} = -\frac{100}{10+100} \cdot \frac{20}{9} \cdot 2 = -4{,}0$$

$R_{in} = R_G$

essII5
110823

6.




$$A(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega}$$

$$\frac{u_{ut}}{u_{in}} = \frac{F}{1+\beta F} = \frac{A^3(j\omega)}{1+\beta A^3(j\omega)}$$

Slingförst. $T(j\omega) = -\beta A^3(j\omega)$

$$\beta F(j\omega) = \beta A^3(j\omega) = \frac{\beta}{(1+j\omega)^3}$$

Amplitudmarginal: $G_M = -20\log|\beta F|_{\omega=\omega_G}$

där $\omega_G$ är den vinkelfrekv. där $\angle\beta F = -180°$

$\angle\beta A^3 = -3\cdot\arctan\left(\frac{\omega}{1}\right) = -180°$ för $\beta > 0$

$\arctan\omega = 60° \Rightarrow \omega = \sqrt{3}$ r/s $= \omega_G$

$G_M = 12{,}04$ dB $\hat{=}$ $|\beta F| = 10^{-\frac{12{,}04}{20}} = 0{,}25$

$\omega = \omega_G$: $|\beta F| = \dfrac{\beta}{\left(\sqrt{1+(\sqrt{3})^2}\right)^3} = \dfrac{1}{4}$

$$\beta = \frac{1}{4}\cdot\left(\sqrt{4}\right)^3 = \frac{2^3}{4} = 2$$

Svar: $\beta = 2$