

**Tentamen i
ESS 115 Elektriska nät och System, för F2
den 15 december 2001 kl 8.45-12.45**

Examinator: Univ.lektor Ants R. Silberberg

Förfrågningar under tentamen: ankn. 1808 eller 0705 - 181265

OBS! Uppgifterna är ordnade helt slumpmässigt. Läs igenom hela tentan innan du börjar lösa någon av uppgifterna.

Varje approximation och uppsatt samband skall motiveras.

Lösningarna anslås måndagen den 17 december på institutionens anslagstavla.

Betygslistan anslås fredagen den 11 januari kl 14 på institutionens anslagstavla.

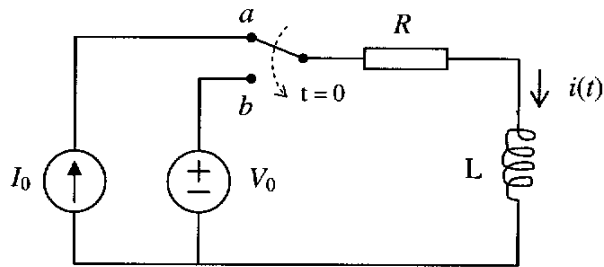
Granskning av rättning får ske tisdagen den 15 januari kl 13-15 på institutionen.

För godkänd tentamen fordras 8 poäng. Nöjaktigt behandlad uppgift ger 3 poäng.

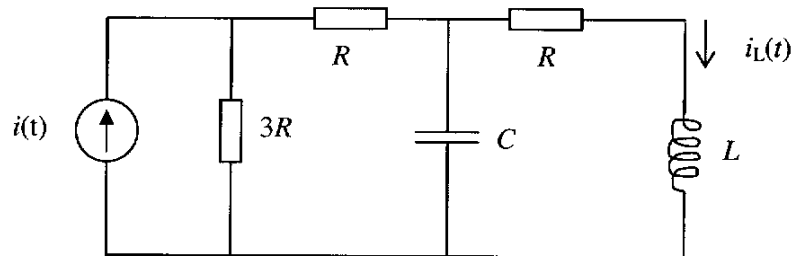
Tillåtna hjälpmedel: tabellverket CRC Standard Mathematical Tables, Nordling & Österman: Physics Handbook, och BETA Mathematics Handbook.
Typgodkänd kalkylator.

OBS! Skriv tydligt ditt namn och personnummer på varje sida och gör noteringarna på försättsbladet.

1. Beräkna strömmen $i(t)$ för $t \geq 0$.
 Omkopplaren har varit i läge a under lång tid innan den snabbt växlas över till läge b vid $t = 0$. Strömkällan I_0 levererar en likström och spänningskällan V_0 levererar en likspänning.

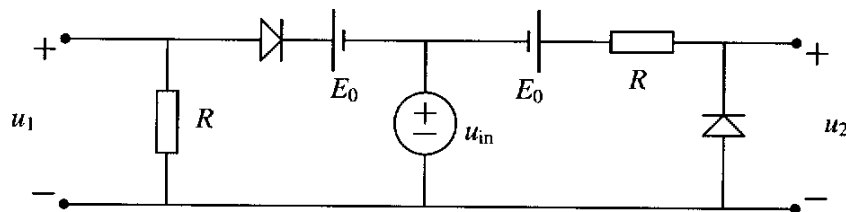


2. Beräkna strömmen, $i_L(t)$, genom induktansen.
 Strömkällan $i(t) = 5 \sin(1000 t)$ A och stationärtillstånd råder.

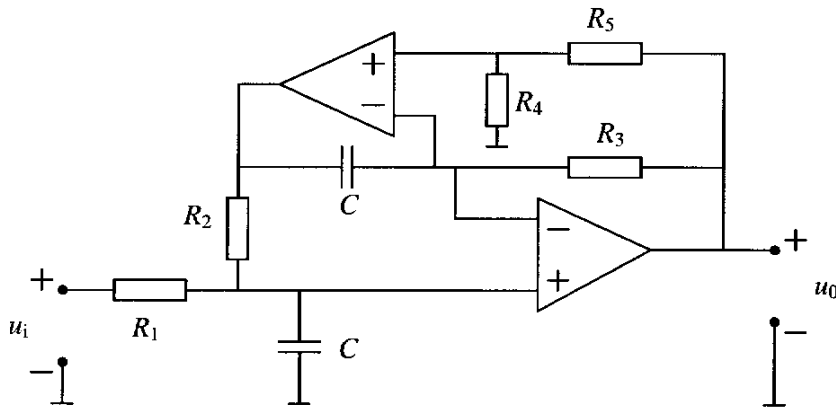


$$R = 10 \, \Omega, \quad C = 50 \, \mu\text{F} \quad \text{och} \quad L = 10 \, \text{mH}$$

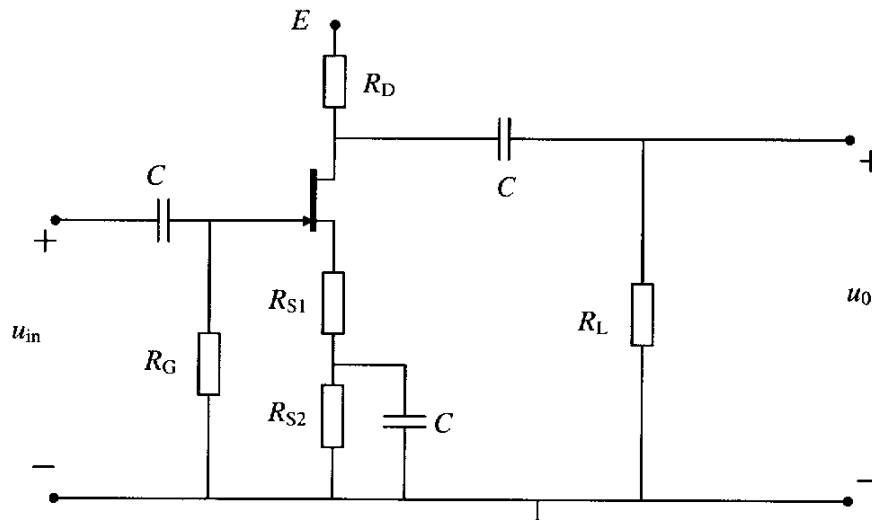
3. Gör en tydlig skiss över utsignalerna $u_1(t)$ och $u_2(t)$. Insignalen $u_{\text{in}}(t) = 2 \sin(\omega t)$ V. Antag ideala dioder. $R = 100 \, \Omega$, $E_0 = 1$ V, $\omega = 20\pi$ rad/s.



4. Ett filter kan realiseras enligt kretsen i figuren. Antag ideala op-förstärkare samt låt $R_4 = R_5$.
- Beräkna filtrets överföringsfunktion (u_0/u_i).
 - Vilken typ av filter beskriver överföringsfunktionen.
 - Beräkna filtrets maximala förstärkning.



5. Beräkna inimpedansen samt förstärkningen u_0/u_{in} i kretsen nedan. För transistoren gäller att $I_{DSS} = 2 \text{ mA}$ och $U_p = -2 \text{ V}$.



$R_G = 30 \text{ k}\Omega$, $R_D = 10 \text{ k}\Omega$, $R_{S1} = 100 \Omega$, $R_{S2} = 300 \Omega$, $R_L = 2.67 \text{ k}\Omega$ och $E = 20 \text{ V}$

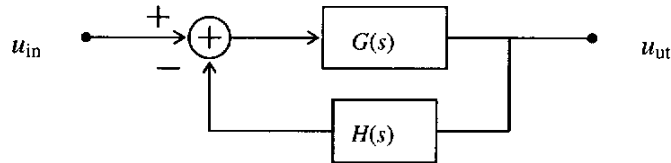
Impedansen $(j\omega C)^{-1} \rightarrow 0$ för aktuella signalfrekvenser.

6. För en återkopplad förstärkare (enligt figur) gäller att $GH = \frac{4}{s^3 + 3s^2 + 2s}$.

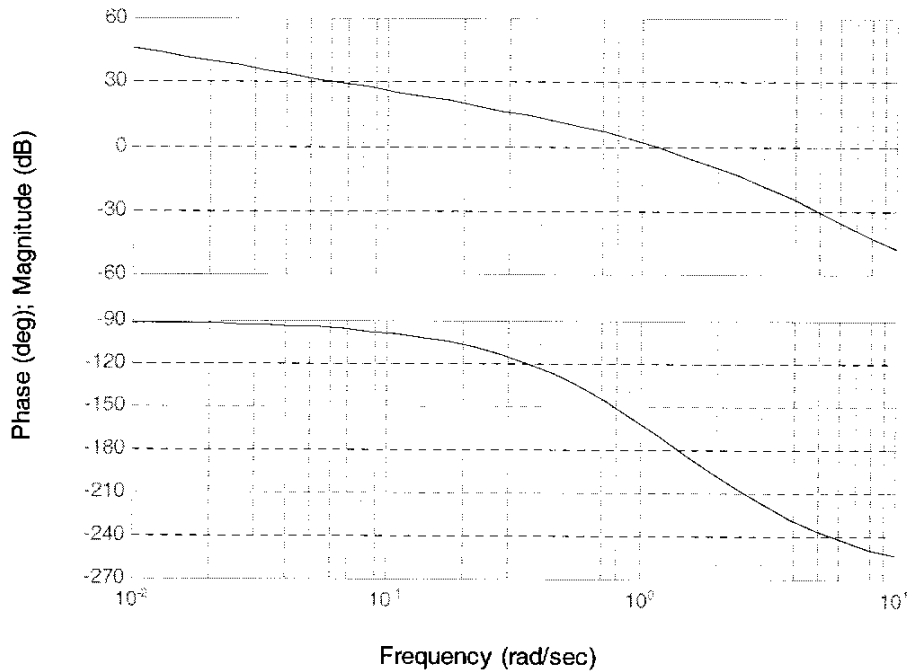
Bodediagrammet för GH visas i figuren nedan.

a) Är den återkopplade förstärkaren stabil? Motivering krävs.

b) Beräkna amplitudmarginalen (enbart avläsning i diagram ej tillräckligt).

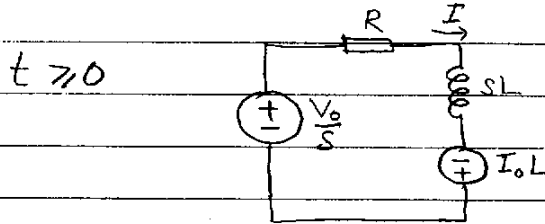


Bode Diagrams



①

ENS, F2 011215

 $t < 0$ Beg. ström gnm L är I_0 

$$\text{KVL: } -\frac{V_0}{s} - I_0 L + I(R + sL) = 0$$

$$I = \frac{\frac{V_0}{s} + I_0 L}{R + sL} = \frac{V_0 + sI_0 L}{s(R + sL)}$$

$$= \frac{V_0}{s(R + sL)} + \frac{I_0 L}{R + sL}$$

$$= \frac{A}{s} + \frac{B}{R + sL}$$

$$V_0 = A(R + sL) + Bs \quad V_0 = AR \quad : s^0$$

$$0 = AL + B \quad : s^1$$

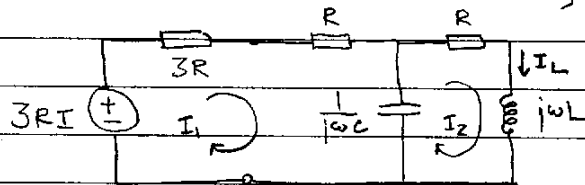
$$\Rightarrow A = \frac{V_0}{R}, \quad B = -\frac{V_0 L}{R}$$

$$I = \frac{1}{s} \cdot \frac{V_0}{R} - \frac{V_0}{R} \cdot \frac{1}{s + \frac{R}{L}} + \frac{I_0}{s + \frac{R}{L}}$$

$$i(t) = \frac{V_0}{R} + \left(I_0 - \frac{V_0}{R} \right) e^{-\frac{R}{L}t}, \quad t \geq 0$$

ENS, F2 011215

② $j\omega$ -transformera $I = 5/0$
 $\omega = 1000 \text{ r/s}$ $j\omega L = j \cdot 10^3 \cdot 10^{-2} = j10$
 $1/j\omega C = -j/(1000 \cdot 50 \cdot 10^{-6}) = -j20$

Norton \rightarrow Thevenin omvandling

Maskanalis

$$\begin{bmatrix} 4R + \frac{1}{j\omega C} & -\frac{1}{j\omega C} \\ -\frac{1}{j\omega C} & R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3RI \\ 0 \end{bmatrix}$$

Cramers regel + num. värden

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 40-j20 & 150 \\ j20 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 40-j20 & j20 \\ j20 & 10-j10 \end{vmatrix}} = \frac{-j20 \cdot 150}{(40-j20)(10-j10) - (j20)(j20)}$$

$$= \frac{-j3000}{600 - j600} = \frac{5}{2}(1-j) = \frac{5\sqrt{2}}{2} \angle -45^\circ = I_2$$

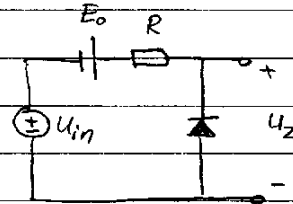
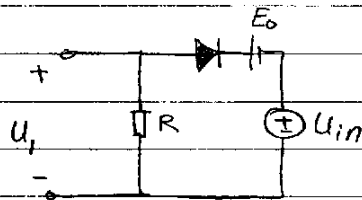
$$i_L(t) = \frac{5\sqrt{2}}{2} \sin(1000t - 45^\circ) \text{ A}$$

ENS, F2 011215

③

$u_{in}(t) = 2 \sin(\omega t) \text{ V}, E_0 = 1 \text{ V}$

Ideal diod



Diod leder;

$E_0 + u_{in} < 0 \Rightarrow u_{in} < -E_0$

$u_1 = E_0 + u_{in}$

Diod leder:

$E_0 + u_{in} < 0 \Rightarrow u_{in} < -E_0$

$u_2 = 0$

Diod spärrar:

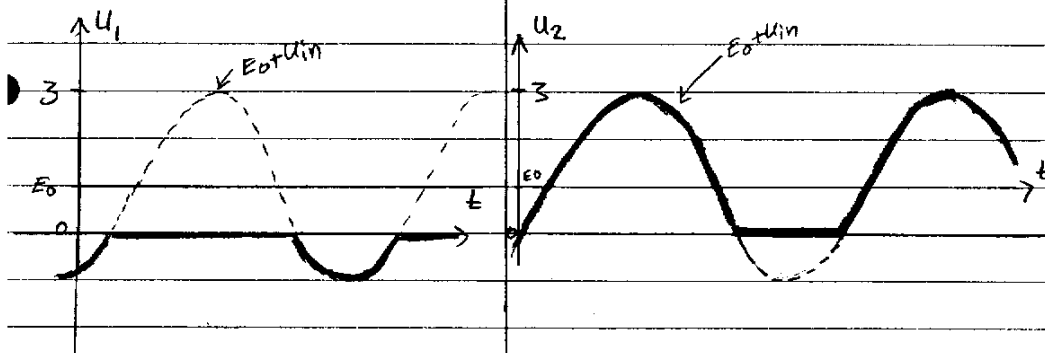
$E_0 + u_{in} > 0 \quad u_{in} > -E_0$

$u_1 = 0$

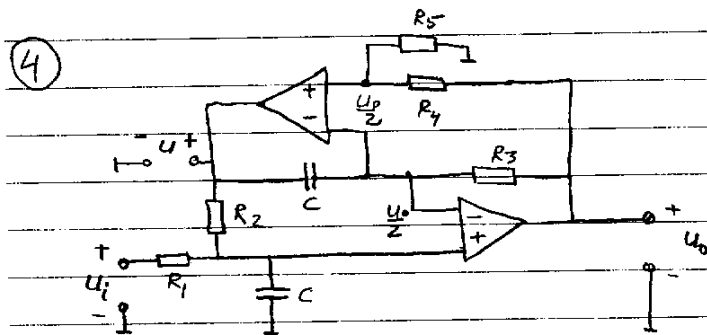
Diod spärrar

$E_0 + u_{in} > 0 \Rightarrow u_{in} > -E_0$

$u_2 = E_0 + u_{in}$



ENS, F2 011215



Ideala op-först.
Neg. återkoppl.
 $\Rightarrow \epsilon = 0$
 $R_i = 0 \Rightarrow i_{op} = 0$
 $R_4 = R_5$

Sp. delning mellan R_4 och R_5 samt $\epsilon = 0$ ger
spänningen $U_o/2$ på alla op-amp. ingångar

$$\frac{U - U_o/2}{1/sC} + \frac{U_o - U_o/2}{R_3} = 0 \Rightarrow U = -U_o \frac{1}{2sR_3C} (1 - sR_3C)$$

$$\frac{U_i - \frac{1}{2}U_o}{R_1} + \frac{U - \frac{1}{2}U_o}{R_2} = \frac{\frac{1}{2}U_o}{1/sC} \Rightarrow U_i = \frac{U_o}{2R_2} (R_1 + R_2 + sR_1R_2C) \frac{UR_1}{R_2}$$

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{s 2R_2R_3C}{s^2 R_1R_2R_3C^2 + sR_2R_3C + R_1} = \frac{s 2 \frac{1}{R_1C}}{s^2 + s \frac{1}{R_1C} + \frac{1}{R_2R_3C^2}}$$

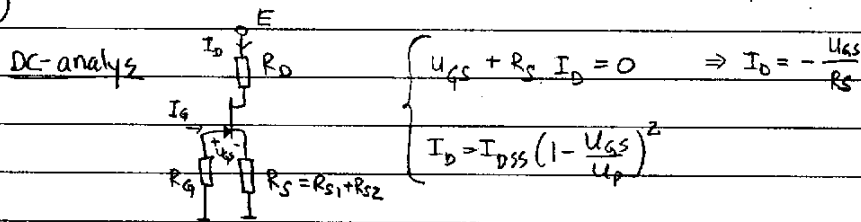
$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{s 2B}{s^2 + sB + \omega_0^2} = H(s) \quad ; \text{Bandpassfilter!}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{\omega 2B}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega B)^2}} \quad \text{max för } \omega = \omega_0$$

$$\text{Max. först.} = 2$$

5.

ENS, F2 011215



$$-\frac{U_{GS}}{I_{DSS} R_S} = \left(1 - \frac{2U_{GS}}{U_P} + \frac{U_{GS}^2}{U_P^2}\right)$$

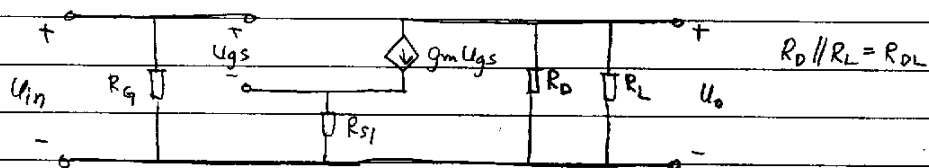
$$U_{GS}^2 + U_{GS} \cdot U_P \left(\frac{U_P}{I_{DSS} R_S} - 2\right) + U_P^2 = 0$$

$$U_{GS} = -\left(\frac{U_P^2}{2I_{DSS} R_S} - U_P\right) \pm \sqrt{\left(\frac{U_P^2}{2I_{DSS} R_S} - U_P\right)^2 - U_P^2}$$

$$U_{GS} = \begin{cases} -0,469 \text{ V} \\ -8,53 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow I_D = 1,17 \text{ mA}$$

AC-analys (småsignal)

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial U_{GS}} = -\frac{2I_{DSS}}{U_P} \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_P}\right) = \dots = 1,53 \text{ mA/V}$$



$$\begin{cases} U_{in} = U_{GS} + g_m U_{GS} R_{S1} \\ U_o = -g_m U_{GS} R_{DL} \end{cases} \Rightarrow \frac{U_o}{U_{in}} = -\frac{g_m R_{DL}}{1 + g_m R_{S1}}$$

$$\frac{U_o}{U_{in}} = -\frac{1,53 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{10 \cdot 2,67}{10 + 2,67} \cdot 10^3}{1 + 1,53 \cdot 0,1} = \dots = -2,8 \text{ ggr}$$

$$R_{in} = R_G$$

⑥

ENS, F2 011215

a)

Från Bode diagram

$$|GH| < 1 \text{ (0 dB) vid den frekvens där}$$

$$\angle GH = -180^\circ$$

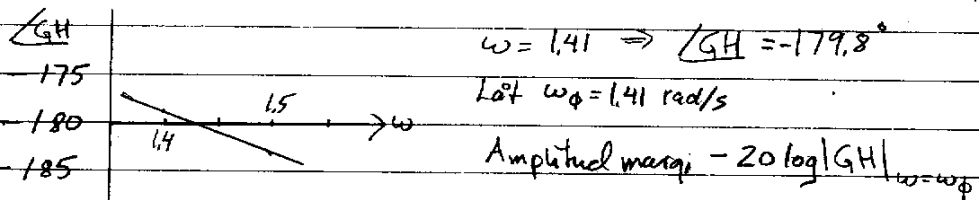
Stabilit!

$$b/ \quad GH = \frac{4}{s^3 + 3s^2 + 2s} = \frac{4}{s(s^2 + 3s + 2)}$$

$$s_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} - \frac{4}{4}} = -\frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} -1 \\ -2 \end{cases}$$

$$GH = \frac{4}{s(s+1)(s+2)} = \left\{ s = j\omega \right\} = \frac{4 \cdot \frac{1}{2}}{j\omega(1+j\omega)(1+j\frac{\omega}{2})}$$

$$\angle GH = -90^\circ - \arctan \omega - \arctan \frac{\omega}{2}$$

Ur Bode diagram $\angle GH = -180^\circ$ då $\omega \approx 1,5$ Sök ω som ger $\angle GH = -180^\circ$. Passningsräkna

$$GM = -20 \log \left| \frac{2}{j\omega(1+j\omega)(1+j\frac{\omega}{2})} \right|_{\omega=\omega_\phi}$$

$$= -20 \log \frac{2}{\omega_\phi \sqrt{1+\omega_\phi^2} \sqrt{1+(\frac{\omega_\phi}{2})^2}} = 3,5 \text{ dB}$$