

# Tentamen

## ess115 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

28 augusti 2004 kl. 08.45-12.45 sal V

- Förfrågningar: Johan Degerman, Tel. 8062  
Lösningar: Anslås måndagen den 30 augusti på institutionens anslagstavla, plan 5.  
Resultat: Anslås fredagen den 10 september kl. 14 på institutionens anslagstavla, plan 5.  
Granskning: Måndagen den 13 september kl. 12.30 - 14.30 , rum 5432.  
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

### Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte)

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

OBS! Skriv namn och personnummer på varje sida. Lycka till!

1. Betrakta diodkretsen i figur 1 nedan. Bestäm relationen mellan in- och utspänningarna,  $u_0 = f(u_{in})$ , och åskådliggör denna i en graf. Gör även en tydlig skiss över utsignalen  $u_0(t)$  då insignalen  $u_{in}(t) = 15 \sin(\omega t)$ . Antag ideala dioder.

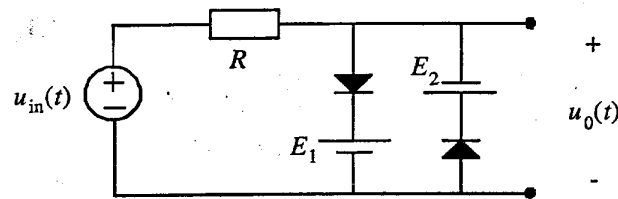


Figure 1: Diodkrets

$$E_1 = 6 \text{ V}$$

$$R = 2 \text{ k}\Omega$$

$$E_2 = 9 \text{ V}$$

$$\omega = 2\pi \text{ rad/s}$$

2. Betrakta  $LC$ -filtret i figur 2. Ta fram överföringsfunktionen  $\frac{Y(s)}{X(s)}$  och ange vilken typ av filter det är. Vid vilken frekvens är fasskillnaden mellan utsignal och insignal  $-90^\circ$ ? Beräkna även filtrets förstärkning vid denna frekvens.

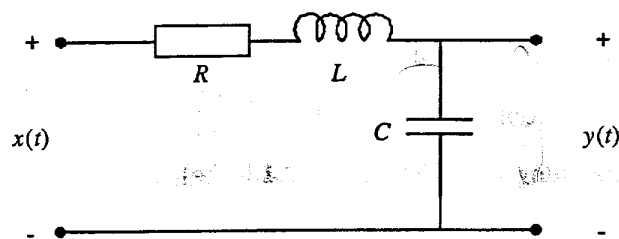


Figure 2:  $LC$ -filter

$$L = 1.0 \text{ mH}$$

$$R = 337 \text{ }\Omega$$

$$C = 2.2 \text{ nF}$$

3. Studera kretsen i figur 3. Beräkna spänningsförstärkningen  $\frac{u_o}{u_s}$ . Beräkna dessutom hela förstärkarens in- resp. utimpedans. Antag ideal operationsförstärkare.

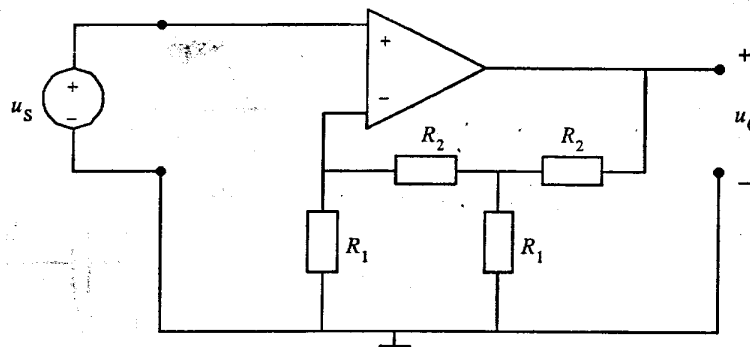


Figure 3: Enkel förstärkare

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 100 \text{ k}\Omega$$

4. Ta fram Nortons ekvivalenta krets (med avseende på noderna A och B) till nätet i figur 4. Sinusformat stationärtillstånd råder.

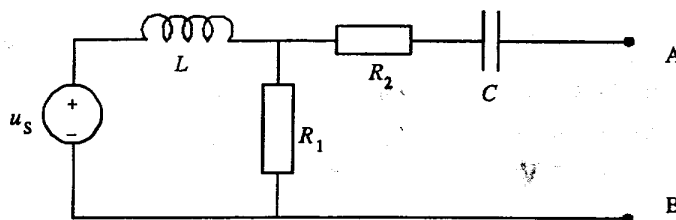


Figure 4: Växelströmsnät

$$L = 10 \text{ mH} \quad C = 4.0 \text{ }\mu\text{F} \quad R_1 = 100 \text{ }\Omega \quad R_2 = 50 \text{ }\Omega$$

$$u_s(t) = 100 \cos(\omega t) \text{ V} \quad \omega = 10 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$$

5. Beräkna transistorens arbetspunkt ( $I_C, U_{CE}$ ). Beräkna även spänningsförstärkningen  $\frac{u_o}{u_{in}}$  i transistorförstärkaren i figur 5. Låt då belastningsresistansen  $R_L$  vara ansluten till kretsen. Beräkna dessutom förstärkarens inimpedans  $R_{in}$  (med källan [ $u_s$  och  $R_s$ ] bortkopplad) samt utimpedansen  $R_{ut}$  (med  $R_L$  bortkopplad).

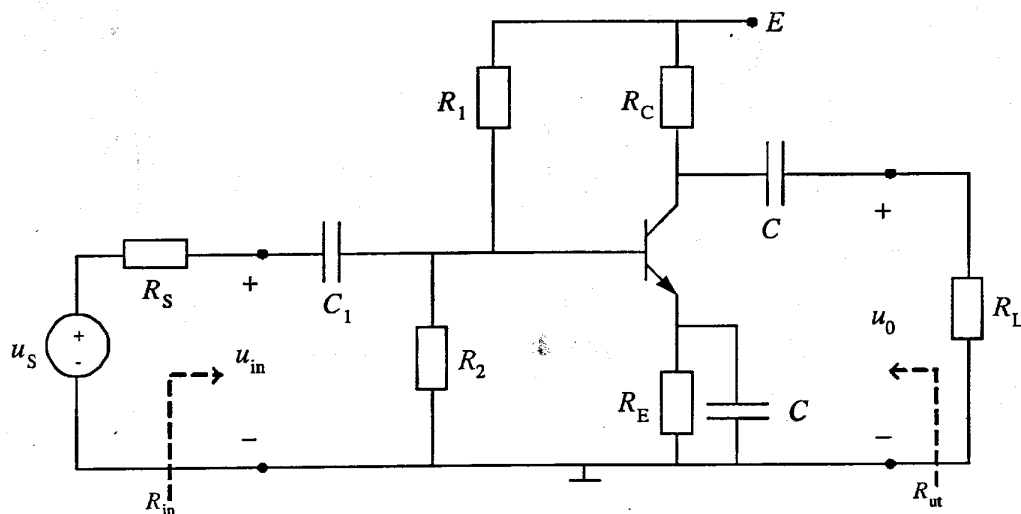


Figure 5: Transistorförstärkare

$R_s = 500 \Omega$	$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$	$R_2 = 5.0 \text{ k}\Omega$
$R_C = 1.0 \text{ k}\Omega$	$R_E = 1.0 \text{ k}\Omega$	$R_L = 2.0 \text{ k}\Omega$
$h_{ie} = 630 \Omega$	$h_{fe} = \beta = 100$	$E = 15 \text{ V}$
$U_{BE} = 0.7 \text{ V}$		

Övriga transistorparametrar kan försummas. Även impedanserna  $\frac{1}{\omega C}$  och  $\frac{1}{\omega C_1}$  kan ses vara försumbara vid aktuella signalfrekvenser.

6. En kretsmodell av en verklig operationsförstärkare ( $F$ ) presenteras i figur 6. Denna operationsförstärkare används i en förstärkarkoppling enligt figur 7. Beräkna bandbredden hos den förstärkare som erhålls då tre förstärkare enligt figur 7 kaskadkopplas.

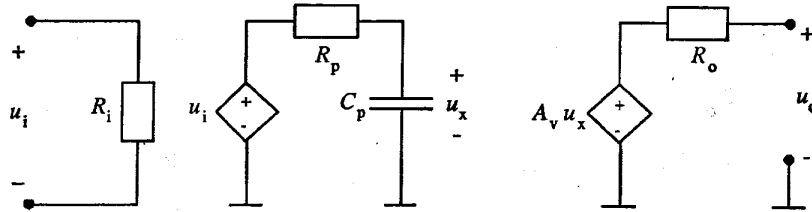


Figure 6: Modell av verklig OP-förstärkare,  $F$

$$R_i \approx \infty \Omega \quad R_p = 1.0 \text{ k}\Omega \quad R_o \approx 0 \Omega$$

$$C_p = 7.96 \mu\text{F} \quad A_v = 10^5 \text{ ggr}$$

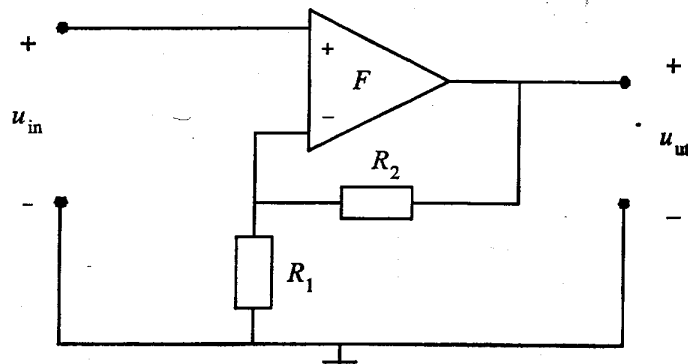
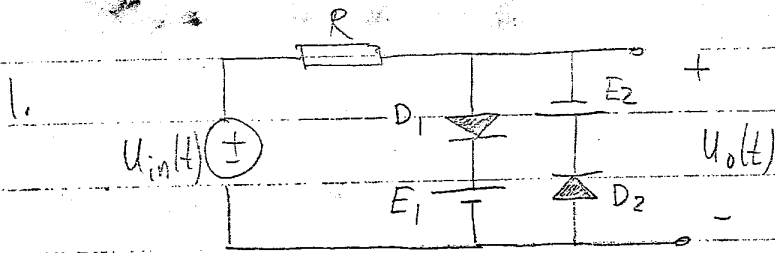


Figure 7: Förstärkarkoppling,  $F_{tot} = \frac{u_{ut}}{u_{in}}$

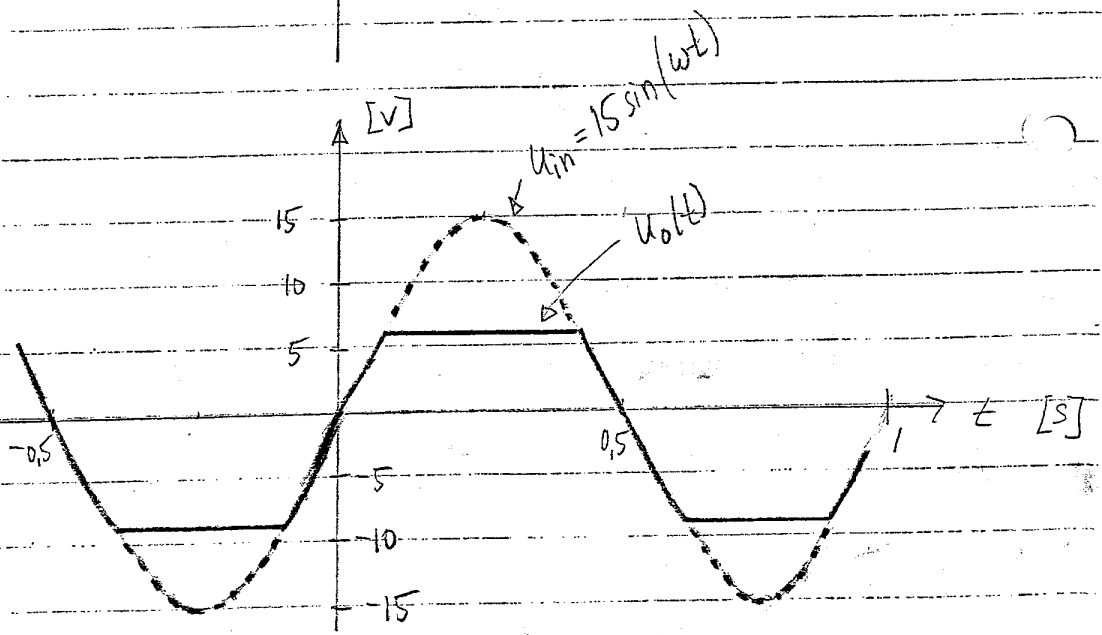
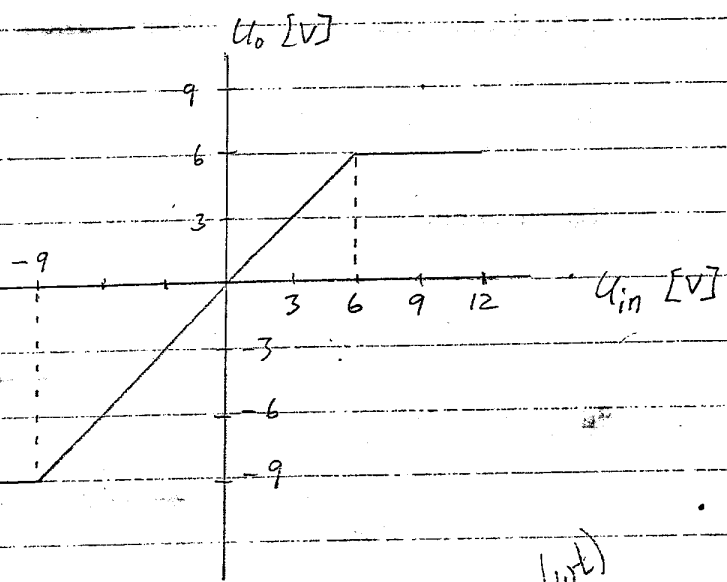
$$R_1 = 1.0 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 99 \text{ k}\Omega$$



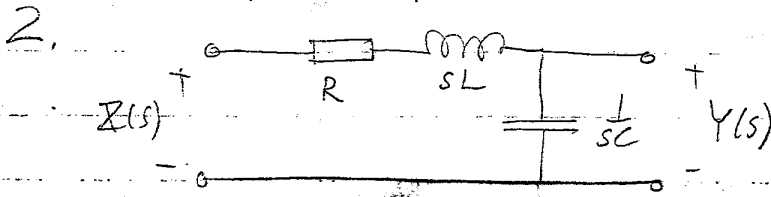
$E_1 = 6V$   
 $E_2 = 9V$

	$D_1$	$D_2$	$U_o =$
$0 < U_{in} < E_1$	Spärrar	spärrar	$U_{in}$
$U_{in} > E_1$	Leder	Spärrar	$E_1$
$E_2 < U_{in} < 0$	Spärrar	Spärrar	$U_{in}$
$U_{in} < E_2$	Spärrar	Leder	$-E_2$



ess 115  
040828

Laplace transf. nätet



$$\begin{aligned} L &= 1.0 \text{ mH} \\ C &= 2.2 \text{ nF} \\ R &= 337 \, \Omega \end{aligned}$$

Sp. delning  $Y(s) = \frac{X(s) \cdot \frac{1}{sC}}{R + sL + \frac{1}{sC}} = \frac{X(s)}{1 + sRC + s^2LC}$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^2LC + sRC + 1} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

Konstant i täljaren  $\Rightarrow$  Lågpass filter

Frekvenssvar ( $j\omega$ -metoden, sätt  $s = j\omega$ )

$$H(j\omega) = \frac{\frac{1}{LC}}{\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right) + j\omega\frac{R}{L}}$$

För  $\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right) = 0$  är  $H(j\omega) = -j \frac{\frac{1}{LC}}{\omega\frac{R}{L}}$

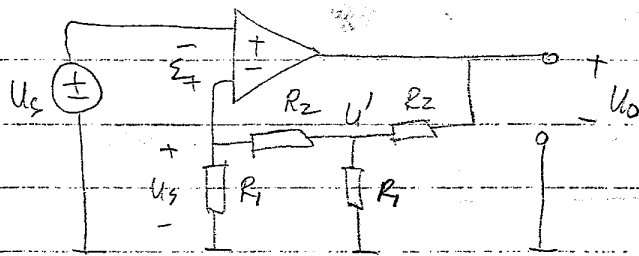
vilket erhålls för  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$H(j\omega_0) = -j \frac{\frac{1}{LC}}{\frac{1}{\sqrt{LC}} \frac{R}{L}} = -j \frac{1}{\sqrt{LC}} \frac{L}{R} = -j \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{1}{R}$$

$$= \left| \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \right| \angle -90^\circ \quad \text{Fasvridning: } -90^\circ$$

$$|H(j\omega_0)| = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{337} \sqrt{\frac{10^{-3}}{2.2 \cdot 10^{-9}}} = 2.0$$

3



$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 100 \text{ k}\Omega$$

Ideal OP-först. }  $\Rightarrow \varepsilon = 0$   
Neg. återk.

$$i_{op} = 0$$

Sp. delning

$$\begin{cases} U_s = U' \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ U' = U_o \frac{(R_1 + R_2) \parallel R_1}{(R_1 + R_2) \parallel R_1 + R_2} = U_o \frac{(R_1 + R_2) R_1}{R_1 + R_2 + R_1} = U_s \frac{R_1 + R_2}{R_1} \end{cases}$$

$$U_o \frac{(R_1 + R_2) R_1}{(R_1 + R_2) R_1 + 2R_1 R_2 + R_2^2} = U_s \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

$$\frac{U_o}{U_s} = \frac{R_1^2 + 3R_1 R_2 + R_2^2}{R_1^2} = 1 + 3 \frac{R_2}{R_1} + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$$

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega, \quad R_2 = 100 \text{ k}\Omega$$

$$\frac{U_o}{U_s} = 1 + 3 \frac{100}{10} + \left(\frac{100}{10}\right)^2 = 1 + 30 + 100 = 131$$

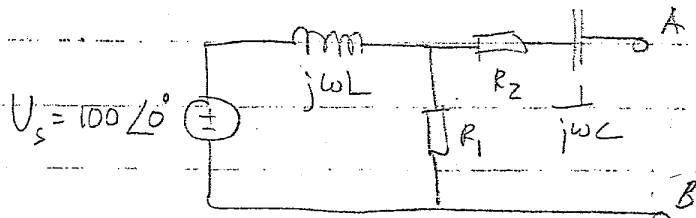
För hela förstärkaren gäller

$$\begin{cases} R_{in} = R_{i_{op}} = \infty \\ R_{ut} = R_{o_{op}} = 0 \end{cases}$$



ess 115  
040828

4.  $j\omega$ -transformarna



$$u_s(t) = 100 \cos(\omega t)$$

$$\omega = 10 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$$

$$U_s = 100 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$L = 10 \text{ mH}$$

$$\omega L = 0,01 \cdot 10 \cdot 10^3 = 100 \Omega$$

$$C = 4 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{1}{\omega C} = \dots = 25$$

Nortons ekv. tvåpol

Tomgångssp.:  $U_{AB}$

$$R_1 = 100, R_2 = 50$$

$$U_{AB} = U_s \frac{R_1}{R_1 + j\omega L} = 100 \frac{100}{100 + j100} = 100 \frac{1}{1+j} = \frac{100(1-j)}{2}$$

$$Z_{ekv} = \frac{1}{j\omega C} + R_2 + \frac{j\omega L \cdot R_1}{j\omega L + R_1} = -j25 + 50 + \frac{j100 \cdot 100}{100 + j100}$$

$$= 50 - j25 + j100 \frac{1}{1+j} = 50 - j25 + j100 \frac{(1-j)}{2} =$$

$$= 50 - j25 + j50 + 50 = 100 + j25$$

Kortslutn. ström  $I_{sc} = \frac{U_{AB}}{Z_{ekv}} = \frac{50(1-j)}{100 + j25} =$

$$= \frac{2(1-j)}{4+j} = \frac{2\sqrt{2} \angle \arctan(-1)}{\sqrt{17} \angle \arctan \frac{1}{4}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{17}} \angle \arctan(-1) - \arctan(\frac{1}{4})$$

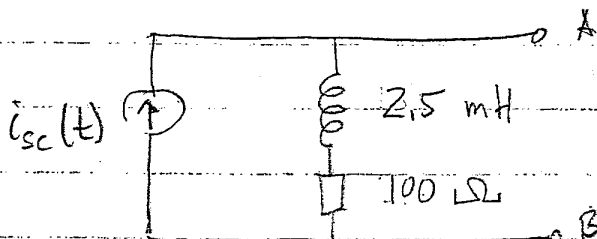
$$I_{sc} = 0,686 \angle -59,0^\circ$$

$$i_{sc} = 0,686 \cos(\omega t - 59,0^\circ) \text{ A}$$

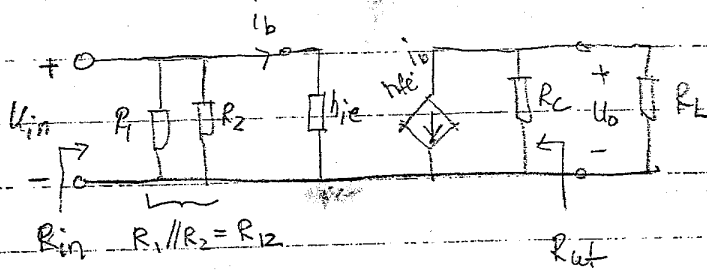
$$Z_{ekv} = 100 + j25$$

$$j25 = j\omega L_e$$

$$L_e = \frac{25}{\omega} = 2,5 \cdot 10^{-3}$$



## 5. Small signal schema



$$\begin{cases} U_{in} = i_b \cdot h_{ie} \\ U_o = -h_{fe} \cdot i_b \cdot R_C \parallel R_L \end{cases}$$

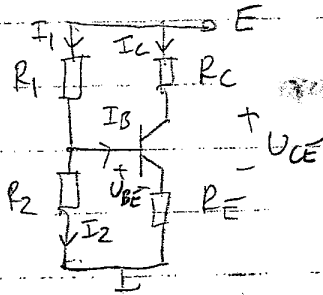
$$\frac{U_o}{U_{in}} = \frac{h_{fe} R_C \cdot R_L}{h_{ie} R_C + R_L} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^3}{630 \cdot (1+2) \cdot 10^3} = -106$$

$$R_{in} = R_1 \parallel R_2 \parallel h_{ie} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{h_{ie}}} = \frac{1}{\frac{1}{10^4} + \frac{1}{5 \cdot 10^3} + \frac{1}{630}} = 530 \Omega$$

$$R_{out} = R_C = 1.0 \text{ k}\Omega$$

1/loks 5

Beräkning av arbetspunkt (störresignalberäkning)



$$I_C = \beta I_B$$

$$I_2 R_2 = U_{BE} + (I_B + I_C) R_E$$

$$I_2 = \frac{U_{BE}}{R_2} + I_B (1 + \beta) \frac{R_E}{R_2}$$

$$I_1 = I_2 + I_B = \frac{U_{BE}}{R_2} + I_B \left[ 1 + (1 + \beta) \frac{R_E}{R_2} \right]$$

$$E = I_1 R_1 + U_{BE} + I_B (1 + \beta) R_E$$

$$E = U_{BE} \frac{R_1}{R_2} + I_B \left[ R_1 + (1 + \beta) R_E \frac{R_1}{R_2} \right] + U_{BE} + I_B (1 + \beta) R_E$$

$$E - U_{BE} \left( \frac{R_1}{R_2} + 1 \right) = I_B \left[ R_1 + (1 + \beta) R_E \frac{R_1}{R_2} + I_B (1 + \beta) R_E \right]$$

$$R_1 + (1 + \beta) R_E \left( \frac{R_1}{R_2} + 1 \right)$$

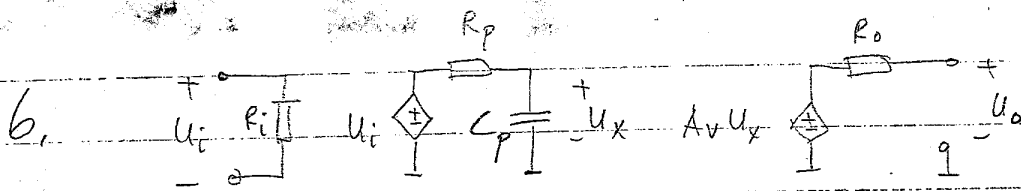
$$I_B = \frac{E - U_{BE} \left( \frac{R_1}{R_2} + 1 \right)}{R_1 + (1 + \beta) \left( \frac{R_1}{R_2} + 1 \right) R_E} = \frac{15 - 0,7 (2 + 1)}{(10 + 101 \cdot 3) \cdot 10^3} = 4,12 \cdot 10^{-6}$$

$$I_C = \beta I_B = 4,12 \text{ mA}$$

$$E = R_C I_C + U_{CE} + (1 + \beta) I_B R_E$$

$$U_{CE} = E - R_C I_C - (1 + \beta) I_B R_E = 15 - 1 \cdot 4,12 - 101 \cdot 0,0412 = 6,72 \text{ V}$$

Svar:  $I_C = 4,12 \text{ mA}$     $U_{CE} = 6,72 \text{ V}$



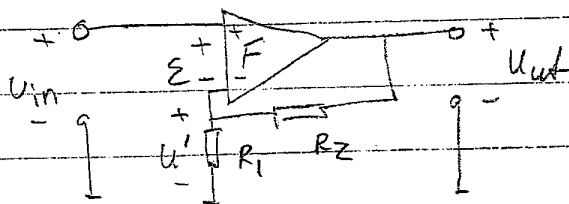
$$U_x = U_i \frac{\frac{1}{sC_p}}{R_p + \frac{1}{sC_p}} = \frac{1}{1 + sR_pC_p}$$

$$U_o = A_v U_x$$

$$\frac{U_o}{U_i} = F = \frac{A_v}{1 + sR_pC_p} = \frac{A_v}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

$$\omega_p = \frac{1}{R_pC_p} = \frac{1}{7,96 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-2}} = 125,6 \text{ 1/s}$$

$\omega_p =$  bryt vinkel frekvens, bandbredd



$$i_{op} = 0 \text{ ty } R_i = \infty$$

$$\begin{cases} U_{out} = F \cdot \Sigma \\ U' = U_{out} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ U_{in} = \Sigma + U' \end{cases} \quad \begin{aligned} U_{in} &= \frac{U_{out}}{F} + U_{out} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = U_{out} \left( \frac{1}{F} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \\ \frac{U_{out}}{U_{in}} &= \frac{1}{\frac{1}{F} + \frac{R_1}{R_1 + R_2}} \end{aligned}$$

$$\frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{1}{\frac{1}{Av} + \frac{R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{Av}{1 + \frac{s}{\omega_p} + \frac{AvR_1}{R_1 + R_2}}$$

/ Part 6

$$\frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{A_v}{\left(1 + \frac{A_v R_1}{R_1 + R_2}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_p \left(1 + \frac{A_v R_1}{R_1 + R_2}\right)}\right)}$$

$$= \frac{A_v}{\left(1 + \frac{A_v R_1}{R_1 + R_2}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_f}\right)}$$

$$\omega_f = \omega_p \left(1 + \frac{A_v R_1}{R_1 + R_2}\right) = 125,6 \left(1 + \frac{10^5 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3}\right) =$$

$$= 125,7 \cdot 10^3 \text{ rad/s} \quad (\text{Bandbredd hos "Fol"})$$

Kaskadkoppling  $n=3$  (Lika först.)

$$\omega_0^4 = \omega_f^4 \sqrt[4]{2^{1/3} - 1} = \omega_f \cdot 0,51 = 64,1 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$$

$$\text{eller } f_0^4 = \frac{\omega_0^4}{2\pi} = 10,2 \text{ kHz}$$