

Tentamen

ess115 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

21 april 2006 kl. 08.30-12.30 sal V

- Förfrågningar: Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar: Anslås måndagen den 24 april på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat: Anslås fredagen den 5 maj kl. 15 på institutionens anslagstavla, plan 5.
Granskning: 1: måndagen den 8 maj kl. 11.30 - 12.30 , rum 5430.
2: onsdagen den 10 maj kl. 11.30 - 12.30 , rum 5430.
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte)

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

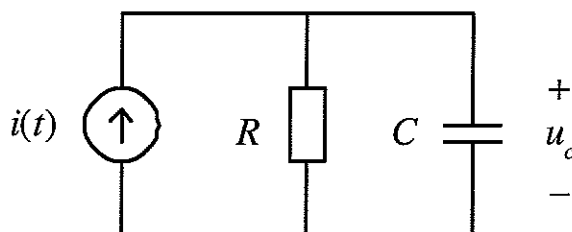
<i>Poäng</i>	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
<i>Betyg</i>	U	3	4	5

OBS! Skriv namn och personnummer på varje sida. Lycka till!

1. Beräkna spänningen $u_c(t)$ över kapacitansen i figur 2. Strömkällan levererar en ström enligt figur 1. Nätet saknar begynnelseenergi.

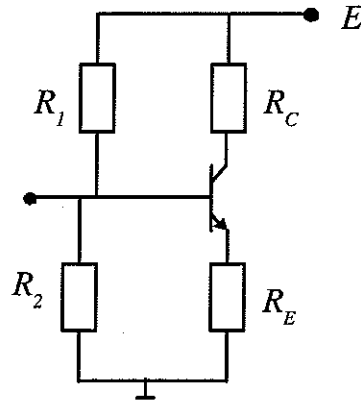


Figur 1: Strömmen $i(t)$



Figur 2: RC -krets

2. Den koppling som ses i figur 3 används ofta för att placera in en transistor i en lämplig arbetspunkt.
- Beräkna transistorns arbetspunkt (U_{CE}, I_C) om transistorn har följande parametrar: $\beta=100$, $U_{BE}=0.7$ V.
 - Hur förändras arbetspunkten om man istället använder en transistor med parametrarna: $\beta=50$, $U_{BE}=0.6$ V.
 - Kommentera resultatet.

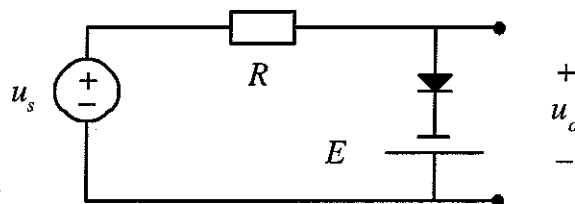


Figur 3: Transistorkrets

$$R_1 = 20 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 3.0 \text{ k}\Omega \quad E = 20 \text{ V}$$

$$R_C = 5.0 \text{ k}\Omega \quad R_E = 1.0 \text{ k}\Omega$$

3. Beräkna och gör en skiss över utspänningen $u_o(t)$ då inspänningen $u_s(t) = 12 \sin(\omega t)$ V. Antag ideal diod.



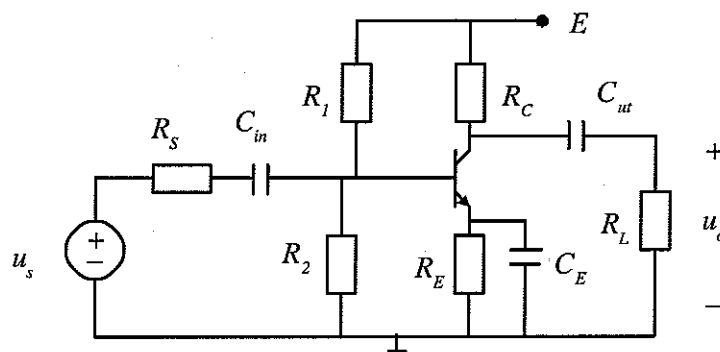
Figur 4: Diodkrets

$$R = 1.0 \text{ k}\Omega \quad \omega = 2\pi \text{ r/s} \quad E = 6 \text{ V}$$

4. Genom att bygga vidare på kopplingen i uppgift 2 kan man konstruera en förstärkare. Beräkna förstärkningen

$$F = \frac{u_0}{u_s}$$

för transistorförstärkaren i figur 5 då insignalkällans resistans R_S och belastningsresistansen R_L tas med i beräkningarna.



Figur 5: Transistorförstärkare

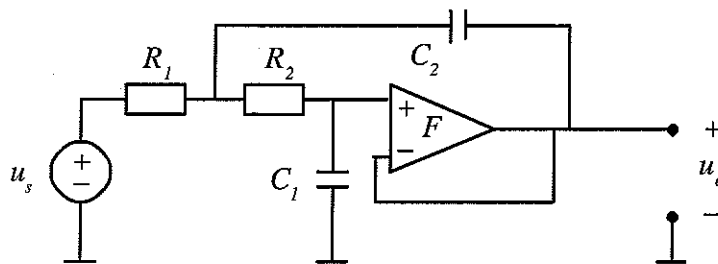
Transistorparametrar: $h_{ie} = 1.3 \text{ k}\Omega$ och $h_{fe} = 100$.

$$\begin{array}{lll} R_1 = 40 \text{ k}\Omega & R_2 = 10 \text{ k}\Omega & E = 10 \text{ V} \\ R_C = 2.2 \text{ k}\Omega & R_E = 650 \text{ }\Omega & R_S = 100 \text{ }\Omega \\ R_L = 1.0 \text{ k}\Omega & & \end{array}$$

Kapacitansernas impedanser kan försummas vid aktuella signalfrekvenser.

5. En förstärkare realiseras med en operationsförstärkarkrets enligt figur 6. Beräkna spänningen u_o då insignalen $u_s(t) = 2 \cos(5000t)$ V. Antag sinusformat stationärtillstånd samt att operationsförstärkaren är ideal.

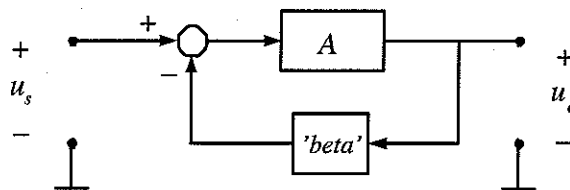
$$\begin{aligned} R_1 &= 10 \text{ k}\Omega & R_2 &= 20 \text{ k}\Omega \\ C_1 &= 20 \text{ nF} & C_2 &= 10 \text{ nF} \end{aligned}$$



Figur 6: Förstärkare

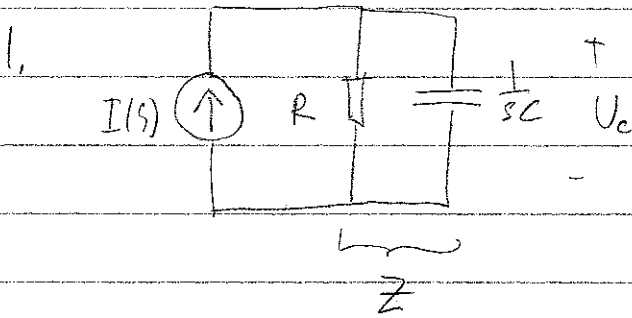
6. Vi vill konstruera en återkopplad förstärkare enligt blockschemat i figur 7 nedan. Den slutna förstärkningen $\frac{u_o}{u_s}$ skall ha ett nominellt värde på 10 med en noggrannhet på $\pm 1.0\%$. Den öppna förstärkningen A kan däremot variera med $\pm 50\%$. Återkopplingsfaktorn β (*beta*) kan väljas med stor noggrannhet.

Beräkna återkopplingsfaktorn β samt det minsta nominella värdet på förstärkningen A så att kraven uppfylls.

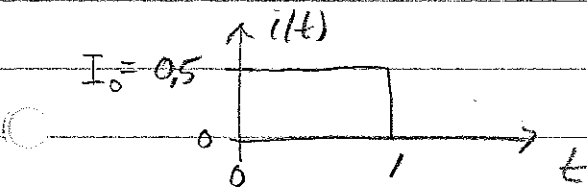


Figur 7: Återkopplad förstärkare

060421



$$Z = R \parallel \frac{1}{sC} = \frac{R \cdot \frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{R}{1 + sRC}$$



$$i(t) = I_0 [\theta(t) - \theta(t-1)]$$

$\{\theta(t): \text{einheitssteg}\}$

$$I(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s} e^{-s}$$

$$U_c(s) = I(s) \cdot Z(s) = \frac{1}{s} (1 - e^{-s}) \frac{I_0 R}{1 + sRC} =$$

$$= \frac{1}{s} \frac{I_0 \frac{1}{C}}{s + \frac{1}{RC}} - \frac{1}{s} \frac{I_0 \frac{1}{C}}{s + \frac{1}{RC}} e^{-s}$$

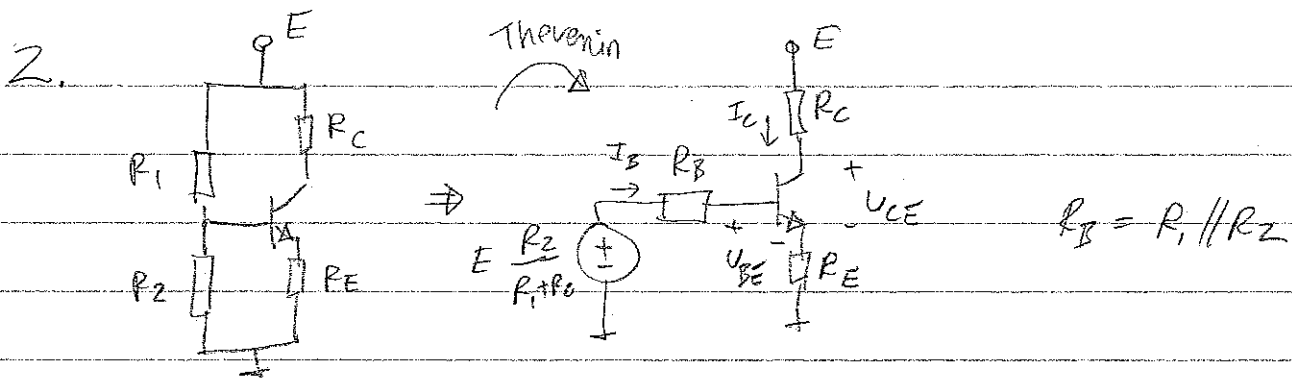
$$\frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{RC}} = \frac{R}{s} - \frac{R}{s + \frac{1}{RC}}$$

Inv. transform (Satz von Heaviside) $\left\{ e^{-Ts} F(s) \triangleq f(t-T) \theta(t-T) \right\}$

$$U_c(t) = RI_0 \theta(t) - RI_0 e^{-\frac{t}{RC}} \theta(t) - RI_0 \theta(t-1) + RI_0 e^{-\frac{t-1}{RC}} \theta(t-1) =$$

$$= RI_0 (\theta(t) - \theta(t-1) - e^{-\frac{t}{RC}} \theta(t) + e^{-\frac{t-1}{RC}} \theta(t-1))$$

$$U_c(t) = \begin{cases} RI_0 (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) & , 0 \leq t \leq 1 \\ RI_0 (e^{\frac{1}{RC}} - 1) e^{-\frac{t}{RC}} & , t > 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} E \frac{R_2}{R_1 + R_2} = I_B R_B + U_{BE} + (1 + \beta) I_B R_E = I_B (R_B + (1 + \beta) R_E) + U_{BE} \\ I_C = \beta I_B \end{cases}$$

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = \frac{E \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_{BE}}{R_B + (1 + \beta) R_E} \quad \left\{ R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right\}$$

$$I_C = \frac{\beta \left(E \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_{BE} \right)}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + (1 + \beta) R_E}$$

$$U_{CE} = E - I_C R_C - I_C \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) R_E = E - I_C \left(R_C + \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) R_E \right)$$

a) $\beta = 100$, $U_{BE} = 0,7 \text{ V}$

$$\Rightarrow I_C = \frac{100 \left(20 \cdot \frac{3}{20+3} - 0,7 \right)}{\frac{3 \cdot 20}{3+20} \cdot 10 + 101 \cdot 10} = 1,84 \text{ mA}$$

$$U_{CE} = 8,93 \text{ V}$$

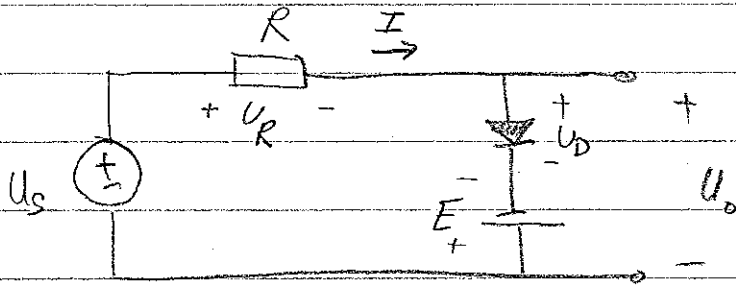
b) $\beta = 50$, $U_{BE} = 0,6 \text{ V} \Rightarrow I_C = 1,87 \text{ mA}$

$$U_{CE} = 8,72 \text{ V}$$

I_C ökar ca 2%, U_{CE} minskar ca 4%

c) Arbetspunkt ändras lite, okänslig för variationer i transistorparametrar. Bra kretslösning!

3.



$$-U_s + U_R + U_D - E = 0 \quad \text{KVL}$$

$$U_D = E + U_s - U_R, \quad U_o = U_D - E$$

Fall ① Diöd leder: $U_D = 0, I \geq 0, U_R \geq 0$

$$U_R = E + U_s \geq 0 \Rightarrow U_s \geq -E$$

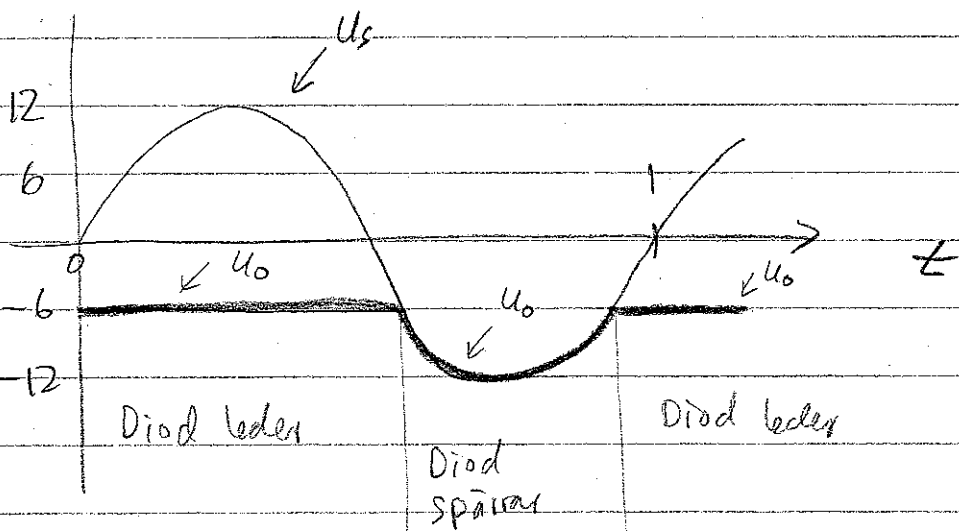
$$\text{och } U_o = U_D - E = -E$$

Fall ② Diöd spärras: $I = 0, U_R = 0, U_D \leq 0$
 $U_o = U_s$

$$U_D = E + U_s \leq 0$$

$$U_s \leq -E \quad \text{och } U_o = U_s$$

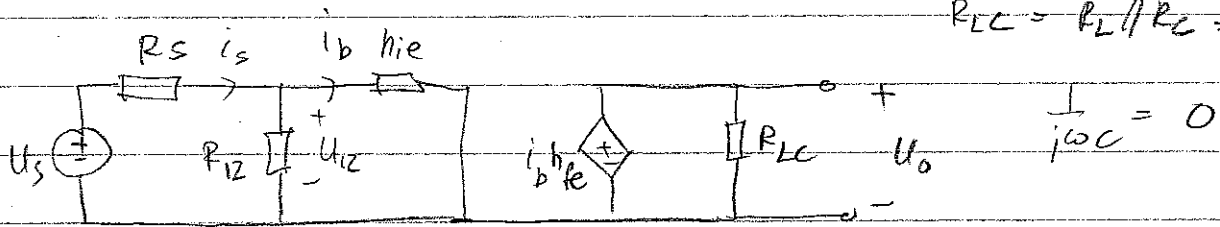
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1 \text{ s}$$



4. Small signal schema

$$R_{12} = R_1 \parallel R_2 = 8,06 \text{ k}\Omega$$

$$R_{LC} = R_L \parallel R_C = 687,5 \Omega$$



$$U_s = R_s i_s + i_b h_{ie}$$

$$U_{12} = U_s \frac{h_{ie} \parallel R_{12}}{h_{ie} \parallel R_{12} + R_s} = U_s \cdot \frac{\frac{1,3 \cdot 8 \cdot 10^3}{1,3 + 8}}{\frac{1,3 \cdot 8 \cdot 10^3}{1,3 + 8} + 100} = U_s \cdot 0,918$$

$$i_s = i_b + \frac{U_{12}}{R_{12}} = i_b + \frac{U_s \cdot 0,918}{R_{12}}$$

$$U_o = -i_b h_{fe} R_{LC}$$

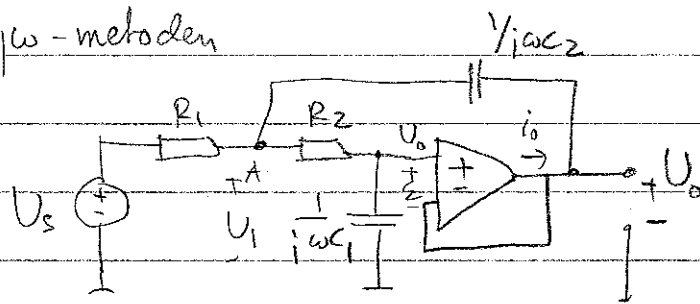
$$U_s = R_s i_b + U_s \frac{R_s}{R_{12}} \cdot 0,918 + i_b h_{ie}$$

$$U_s \left(1 - \frac{R_s}{R_{12}} \cdot 0,918 \right) = (R_s + h_{ie}) i_b = (R_s + h_{ie}) \left(-\frac{U_o}{h_{fe} R_{LC}} \right)$$

$$\frac{U_o}{U_s} = \frac{h_{fe} R_{LC} \left(1 - \frac{R_s}{R_{12}} \cdot 0,918 \right)}{(R_s + h_{ie})} = \frac{100 \cdot 687,5 \left(1 - \frac{100}{8 \cdot 10^3} \cdot 0,918 \right)}{100 + 1,3 \cdot 10^3}$$

$$\frac{U_o}{U_s} = -48,5$$

5. $j\omega$ -metoden



Neq. återk } $\Rightarrow \epsilon = 0$
Ideal op-amp

$$\omega = 5000 \text{ r/s}$$

$$\frac{1}{\omega C_1} = 10 \cdot 10^3$$

$$\frac{1}{\omega C_2} = 20 \cdot 10^3$$

$$U_s = 2 \angle 0^\circ$$

$$\text{KCLA: } \begin{cases} \frac{U_s - U_1}{R_1} + \frac{U_o - U_1}{1/j\omega C_2} - \frac{U_o}{1/j\omega C_1} = 0 \\ U_o = U_1 \frac{1/j\omega C_1}{R_2 + 1/j\omega C_1} = U_1 \frac{1}{1 + j\omega R_2 C_1} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{U_s}{R_1} &= -U_o(j\omega C_2 - j\omega C_1) + U_1 \left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_2 \right) = \\ &= -U_o j\omega(C_1 - C_2) + U_o (1 + j\omega R_2 C_1) \left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_2 \right) \end{aligned}$$

$$U_s = U_o \left[(1 + j\omega R_1 C_2)(1 + j\omega R_2 C_1) + j\omega R_1(C_1 - C_2) \right]$$

$$2 \angle 0^\circ = U_o \left[(1 + j0,5)(1 + j2) + j0,5 \right]$$

$$2 = U_o (1 + j2 + j0,5 - 1 + j0,5) = U_o j3$$

$$U_o = \frac{2}{j3} = -j \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \angle -90^\circ$$

$$u_o(t) = \frac{2}{3} \cos(5000t - 90^\circ) \text{ V}$$

$$b. \quad \frac{U_s}{U_0} = \frac{A}{1 + \beta A} = 10 \quad (\pm 1\%)$$

"Största värdet" på A (+50%)

$$\frac{1,5 \cdot A}{1 + \beta 1,5A} = 10 + \frac{10}{100} = 10,1$$

"Minsta värdet" på A (-50%)

$$\frac{0,5A}{1 + \beta 0,5A} = 10 - \frac{10}{100} = 9,9$$

$$\begin{cases} 1,5A = 10,1(1 + \beta 1,5A) \\ 0,5A = 9,9(1 + \beta 0,5A) \end{cases} \quad \text{Lös ut A och } \beta$$

$$\begin{cases} 1,5A = 10,1(1 + \beta 1,5A) \\ 1,5A = 3 \cdot 9,9(1 + \beta 0,5A) \end{cases}$$

$$0 = 19,6 - 0,3 \beta A$$

$$\beta = \frac{19,6}{0,3A}$$

$$1,5A = 10,1 \left(1 + \frac{19,6}{0,3A} \cdot 1,5A \right) \Rightarrow A = 666,6$$

$$\beta = 0,098$$