

# Tentamen

## ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

11 Januari 2016 kl. 14.00-18.00 sal: SB

Förfrågningar: Ants Silberberg, tel. 1808  
Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.  
Resultat: Rapporteras in i Ladok  
Granskning: Torsdag 28 januari kl. 12.00 - 13.10 , rum 3311.  
Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet),  
i korridor parallell med Hörsalsvägen.  
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte med 7 sidor)

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

<i>Poäng</i>	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
<i>Betyg</i>	U	3	4	5

Lycka till!

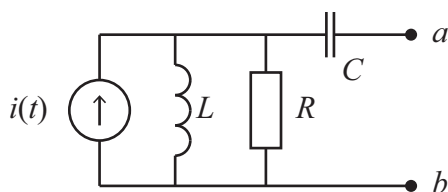
1. En växelströmskrets i form av en tvåpol visas i figur 1. Ta fram Nortons ekvivalenta tvåpol för kretsen med avseende på polerna  $a$  och  $b$ . Antag sinusformat stationärtillstånd.

$$R = 2.0 \text{ k}\Omega$$

$$L = 10 \text{ H}$$

$$C = 5.0 \text{ }\mu\text{F}$$

$$i(t) = 4.0 \cos(200t + 30^\circ) \text{ A}$$



Figur 1: Tvåpol

2. En likströmskrets består av ett batteri ( $E$ ), två resistanser och en zenerdiod enligt figur 2. Beräkna effektutvecklingen i zenerdioden.

$$R = 68 \text{ }\Omega$$

$$R_L = 150 \text{ }\Omega$$

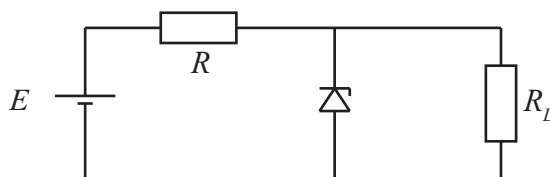
$$E = 15 \text{ V}$$

För zenerdioden gäller

$$U_Z = 5.0 \text{ V}$$

$$r_Z = 0 \text{ }\Omega$$

$$I_{Zmax} = 160 \text{ mA}$$



Figur 2: Likströmskrets

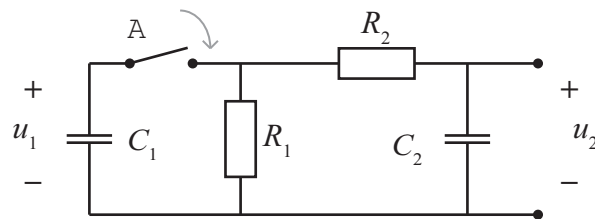
3. Brytaren A i kretsen har varit öppen under en lång tid. Beräkna spänningen  $u_2(t)$  efter det att brytaren sluts vid tidpunkten  $t = 0$ . Kapacitans  $C_1$  har en begynnelsepotential på  $u_1 = 100$  V vid  $t < 0$ . Kapacitans  $C_2$  saknar begynnelseenergi.

$$R_1 = 200 \text{ k}\Omega$$

$$C_1 = 10 \text{ }\mu\text{F}$$

$$R_2 = 120 \text{ k}\Omega$$

$$C_2 = \frac{25}{6} \text{ }\mu\text{F}$$



Figur 3: Krets med brytare

4. Ett analogt filter byggs enligt operationsförstärkarkretsen i figur 4.

- (a) Beräkna filtrets överföringsfunktion  $\frac{U_o(s)}{U_s(s)}$  och ange vilken typ av filter det är. Antag ideal operationsförstärkare
- (b) Beräkna filtrets bandbredd.
- (c) Beräkna filtrets maximala förstärkning.

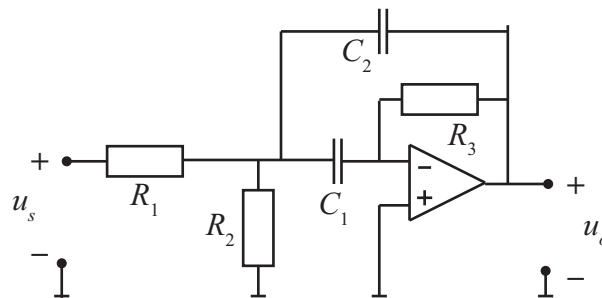
$$R_1 = 62 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 2.2 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 160 \text{ k}\Omega$$

$$C_1 = 0.010 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C_2 = 0.010 \text{ }\mu\text{F}$$



Figur 4: Filterkrets med operationsförstärkare

5. En transistorförstärkare har ett utseende enligt figur 5. Beräkna transistorens arbetspunkt ( Drainström  $I_D$  och Drain-Source spänning  $U_{DS}$ ). Beräkna även förstärkningsfaktorn  $\frac{u_o}{u_{in}}$ . Antag att  $\frac{1}{\omega C} \approx 0$  vid aktuella signalfrekvenser.

$$R_D = 2.2 \text{ k}\Omega$$

$$E = 15 \text{ V}$$

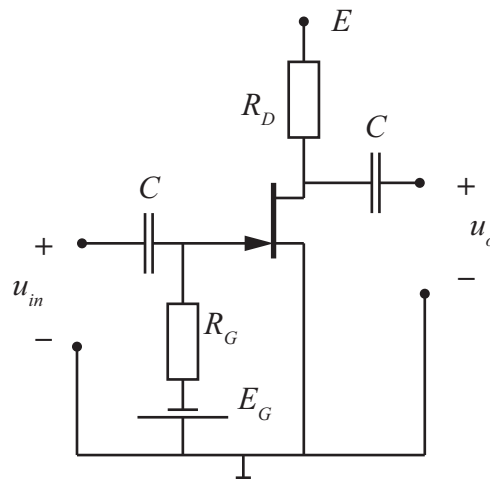
$$R_G = 1.0 \text{ M}\Omega$$

$$E_G = 2.0 \text{ V}$$

för transistoren gäller

$$U_p = -4.0 \text{ V}$$

$$I_{DSS} = 12.0 \text{ mA}$$



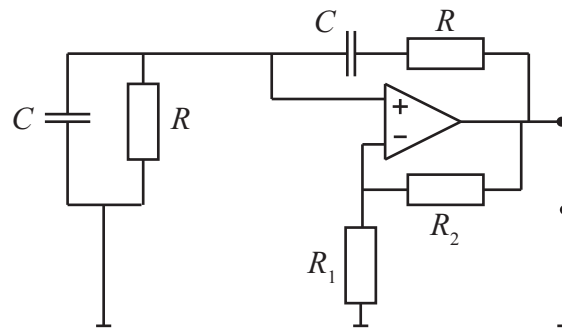
Figur 5: Transistorkrets

6. Beräkna värdet på resistans  $R_2$  så att operationsförstärkarkretsen i figur 6 svänger sinusformigt. Beräkna även svängningsfrekvensen. Antag ideal operationsförstärkare.

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$$

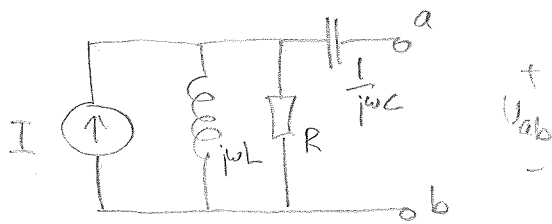
$$R = 158 \text{ k}\Omega$$

$$C = 1.0 \text{ nF}$$



Figur 6: Oscillatorkrets

1.

 $j\omega$ -transformera

$$R = 2.0 \text{ k}\Omega$$

$$C = 5.0 \mu\text{F}$$

$$L = 10 \text{ H}$$

$$i(t) = 4.0 \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ A}$$

$$I = 4.0 \angle 30^\circ, \quad \omega = 200 \text{ rad/s}$$

□ Ekvivalent impedans (Nollställ strömkälla)

$$Z = \frac{1}{j\omega C} + R // j\omega L = \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L} + \frac{1}{j\omega C} =$$

$$= \frac{j\omega R L (R - j\omega L)}{R^2 + (\omega L)^2} - j \frac{1}{\omega C} =$$

$$= \frac{\omega^2 R L^2}{R^2 + (\omega L)^2} + j \left( \frac{\omega R L}{R^2 + (\omega L)^2} - \frac{1}{\omega C} \right) =$$

$$= \frac{200^2 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 10^2}{(2 \cdot 10^3)^2 + (2 \cdot 10^3)^2} + j \left( \frac{200 \cdot (2 \cdot 10^3)^2 \cdot 10}{(2 \cdot 10^3)^2 + (2 \cdot 10^3)^2} - \frac{1}{200 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} \right)$$

$$= 1000 + j(1000 - 1000) = 1000$$

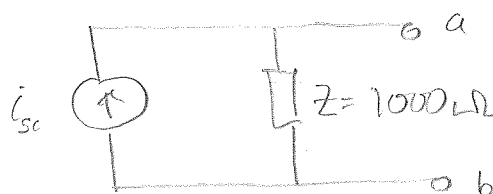
□ Tomspänning  $U_{ab} = I \cdot (j\omega L // R) = I \frac{j\omega L \cdot R}{R + j\omega L} =$ 

$$= I \frac{j\omega R L (R - j\omega L)}{R^2 + (\omega L)^2} = I \frac{200 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 10 j (2 \cdot 10^3 - j 2 \cdot 10^3)}{2 \cdot (2 \cdot 10^3)^2} =$$

$$= \frac{4 \cdot \angle 30^\circ (2 \cdot 10^3)^2 / 90^\circ \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot 10^3 \angle -45^\circ}{2 (2 \cdot 10^3)^2} = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 \angle 75^\circ \text{ V}$$

□ Kortsl. ström  $I_{sc} = \frac{U_{ab}}{Z} = 4\sqrt{2} \angle 75^\circ \text{ A}$ 

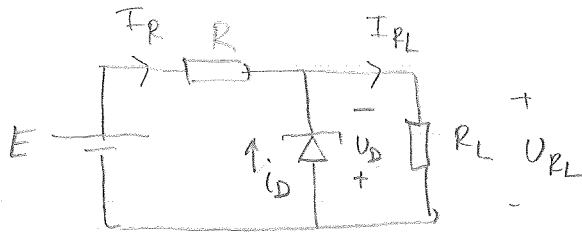
□ Norton ekv. krets



$$i_{sc} = 4\sqrt{2} \cos(200t + 75^\circ) \text{ A}$$

ess116  
160111

2.



$$E = 15V$$

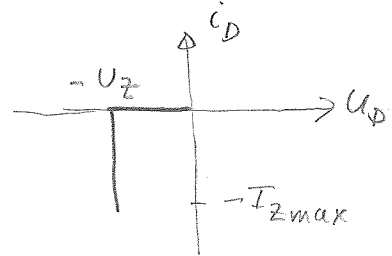
$$R_L = 150 \Omega$$

$$R = 68 \Omega$$

$$U_Z = 5,0V$$

$$r_Z = 0$$

$$I_{Zmax} = 160mA$$



Spänning över  $R_L$  utan

Zenerdiod:

$$U'_{RL} = E \cdot \frac{R_L}{R_L + R} = 15 \cdot \frac{150}{150 + 68} = 10,3 > U_Z$$

∴ Zenerdiod i sitt Zenerområde  $\Rightarrow U_{RL} = 5,0V$

$$I_R = \frac{E - U_{RL}}{R} = \frac{E - U_Z}{R} = \frac{15 - 5}{68} = \frac{10}{68} A$$

$$I_{RL} = \frac{U_{RL}}{R_L} = \frac{U_Z}{R_L} = \frac{5}{150} A$$

$$i_D + I_R = I_{RL} \quad ; \quad i_D = I_{RL} - I_R = \frac{5}{150} - \frac{10}{68} = -0,114 A$$

Effektutveckling i Zenerdiod

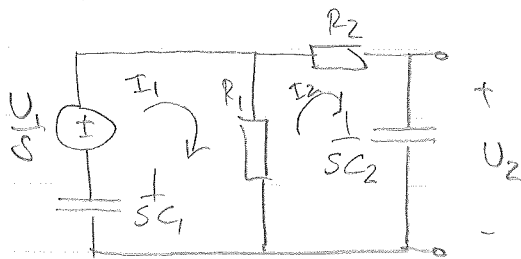
$$P_Z = U_D \cdot i_D = (-5)(-0,114) \approx 0,57 W$$

Notera;  $|i_D| < I_{Zmax}$



3.

Laplace transform. ( $t \geq 0$ )



$$R_1 = 200 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 120 \text{ k}\Omega$$

$$C_1 = 10 \mu\text{F}$$

$$C_2 = \frac{25}{6} \mu\text{F}$$

$$U_1 = 100 \text{ V } (t < 0)$$

KVL (Maskanalys) Inför maskströmmar  $I_1$  och  $I_2$

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{U_1}{s} + (I_1 - I_2)R_1 + \frac{1}{sC_1} &= 0 \\ I_2 R_2 + I_2 \cdot \frac{1}{sC_2} + (I_2 - I_1)R_1 &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + \frac{1}{sC_1} & -R_1 \\ -R_1 & R_1 + R_2 + \frac{1}{sC_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{U_1}{s} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sök  $I_2$  (Cramers regel)

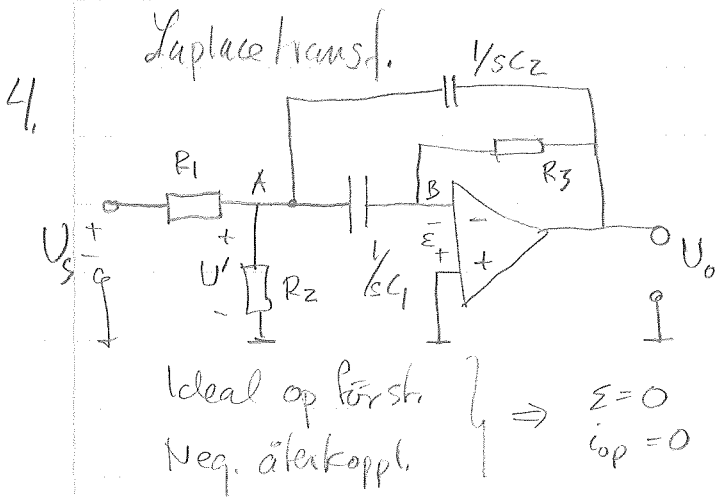
$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} R_1 + \frac{1}{sC_1} & \frac{U_1}{s} \\ -R_1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 + \frac{1}{sC_1} & -R_1 \\ -R_1 & R_1 + R_2 + \frac{1}{sC_2} \end{vmatrix}} = \frac{\frac{U_1 \cdot R_1}{s}}{\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right)\left(R_1 + R_2 + \frac{1}{sC_2}\right) - R_1^2}$$

$$= \frac{U_1}{R_2} \cdot \frac{s}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2}\right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} = \frac{U_1}{R_2} \cdot \frac{s}{s^2 + s\left(\frac{10}{3}\right) + 1}$$

$$= \frac{U_1}{R_2} \cdot \frac{s}{(s+3)(s+\frac{1}{3})} = \{PBU\} = \frac{U_1 \cdot s}{R_2} \cdot \frac{3}{8} \left( \frac{1}{s+\frac{1}{3}} - \frac{1}{s+3} \right)$$

$$U_2 = I_2 \cdot \frac{1}{sC_2} = \frac{U_1}{R_2 C_2} \cdot \frac{3}{8} \left( \frac{1}{s+\frac{1}{3}} - \frac{1}{s+3} \right) \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} u_2(t) = 75 \left( e^{-\frac{t}{3}} - e^{-3t} \right) \text{ V}$$

75  $\begin{matrix} 10 \\ 15 \end{matrix}$   $t \geq 0$



$R_1 = 62 \text{ k}\Omega$   
 $R_2 = 2.2 \text{ k}\Omega$   
 $R_3 = 160 \text{ k}\Omega$   
 $C_1 = 0.010 \mu\text{F}$   
 $C_2 = 0.010 \mu\text{F}$

4/

KCL<sub>A</sub>: 
$$\frac{U_s - U'}{R_1} - \frac{U'}{R_2} + \frac{U_o - U'}{1/sC_2} - \frac{U'}{1/sC_1} = 0$$

KCL<sub>B</sub>: 
$$\frac{U'}{1/sC_1} + \frac{U_o}{R_3} = 0 \Rightarrow U' = -\frac{U_o}{sR_3C_1}$$

$$\frac{U_s}{R_1} = -U_o sC_2 + U' \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_2 + sC_1 \right) =$$

$$= -U_o \left( sC_2 + \frac{1}{sR_3C_1} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + s(C_1 + C_2) \right) \right)$$

$$U_s = -U_o \left\{ sR_1C_2 + \frac{1}{sR_3C_1} \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} + sR_1(C_1 + C_2) \right) \right\}$$

$$\frac{U_o}{U_s} = -\frac{sR_3C_1}{s^2R_1R_3C_1C_2 + sR_1(C_1 + C_2) + 1 + \frac{R_1}{R_2}} = -\frac{s/R_1C_2}{s^2 + s \frac{C_1 + C_2}{R_3C_1C_2} + \frac{R_1R_2}{R_2R_1R_3C_1C_2} + \frac{1}{R_1R_3C_1C_2}}$$

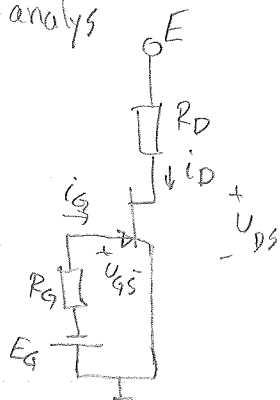
Bandpassfilter  $H(s) = \frac{As}{s^2 + Bs + \omega_0^2}$

b/ Bandbredd  $B = \frac{C_1 + C_2}{R_3C_1C_2} = \left\{ C_1 = C_2 = C \right\} = \frac{2}{R_3C} = 1250 \text{ 1/s}$   
( $\approx 199 \text{ Hz}$ )

c/  $F_{max} = \frac{A}{B} = \frac{R_3C_1C_2}{R_1C_2 \cdot (C_1 + C_2)} = \frac{R_3C^2}{R_1 \cdot 2C^2} = 1,29 \text{ 99\%}$

5.

DC-analys



$$R_D = 2,2 \text{ k}\Omega \quad R_G = 1,0 \text{ M}\Omega$$

$$E = 15 \text{ V} \quad E_G = 2,0 \text{ V}$$

$$U_P = -4,0 \text{ V}$$

$$I_{DSS} = 12 \text{ mA}$$

Anlegg  $i_G = 0$

$$U_{GS} + E_G + i_G \cdot R_G = 0 \Rightarrow U_{GS} = -E_G$$

$$i_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_P}\right)^2 = 12 \left(1 - \frac{(-2)}{(-4)}\right)^2 = 3,0 \text{ mA}$$

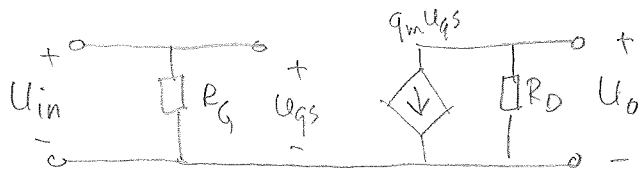
$$U_{DS} = E - R_D i_D = 15 - 2,2 \cdot 3 = 8,4 \text{ V}$$

Förstärkning (AC-analys)

$$\text{Beräkna } g_m = \frac{\partial i_D}{\partial U_{GS}} = \frac{2 I_{DSS}}{-U_P} \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_P}\right) = \frac{2 \cdot 12}{4} \left(1 - \frac{2}{4}\right) =$$

$$= 3,0 \text{ mA/V}$$

Småsignalschema ( $\frac{1}{\omega C} \approx 0$ )



$$U_o = -g_m U_{gs} \cdot R_D$$

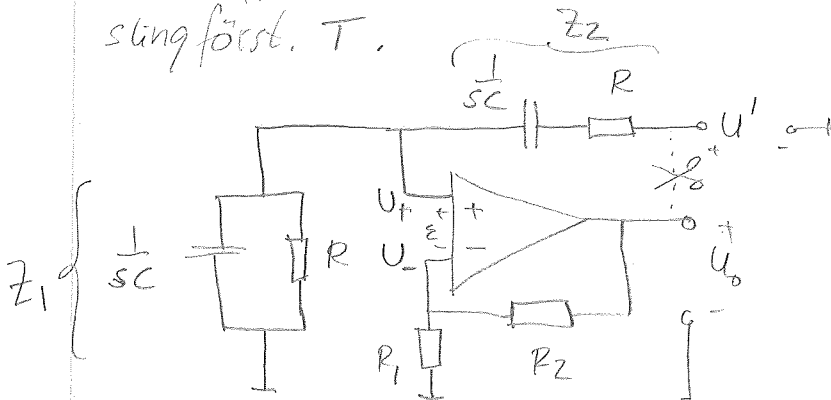
$$U_{in} = U_{gs}$$

$$\left. \begin{array}{l} U_o = -g_m U_{gs} \cdot R_D \\ U_{in} = U_{gs} \end{array} \right\} \frac{U_o}{U_{in}} = -g_m R_D =$$

$$= -3,0 \cdot 10^{-3} \cdot 2,2 \cdot 10^3 = -6,6 \text{ ggr}$$

6. Bryt upp kretsen, beräkna  
slingförst. T.

$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$   
 $R = 158 \text{ k}\Omega$   
 $C = 1.0 \text{ nF}$



$$Z_2 = R + \frac{1}{sC} = \frac{1+sRC}{sC}$$

$$Z_1 = R \parallel \frac{1}{sC} = \frac{R \cdot \frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{R}{1+sRC}$$

Ideal op först }  $\Rightarrow \epsilon = U_+ - U_- = 0$   
Neg. återkoppl. }  $i_{op} = 0$

Spänningsdelare!

$$\left\{ \begin{array}{l} U_- = U_o \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ U_+ = U' \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \end{array} \right. \quad \left| \quad \begin{array}{l} U_- = U_+ \\ U_o \frac{R_1}{R_1 + R_2} = U' \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \end{array} \right.$$

$$T = \frac{U_o}{U'} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{Z_2}{Z_1}}$$

$$= \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{(1+sRC)}{sC} \cdot \frac{(1+sRC)}{R}} = \frac{sRC}{sRC + (1+sRC)^2} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

$$T = T(j\omega) = \frac{j\omega RC \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1}}{j\omega RC + 1 + j\omega 2RC - \omega^2 R^2 C^2} = 1 \quad \text{Krav vid spålvägn.}$$

Två villkor  $1 - \omega^2 R^2 C^2 = 0 \Rightarrow \omega = \frac{1}{RC}$

$$\frac{j\omega(RC)}{j\omega(RC + 2RC)} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = 1$$

$\frac{R_2}{R_1} = 2$  Svar:  $\omega = \frac{1}{RC} = 6.33 \text{ krad/s}$  ( $\approx 1.0 \text{ kHz}$ )

$R_2 = 2R_1 = 20 \text{ k}\Omega$