Tentamen
ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

11 Januari 2016 kl. 14.00-18.00 sal: SB

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Torsdag 28 januari kl. 12.00 - 13.10 , rum 3311. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), i korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte med 7 sidor)

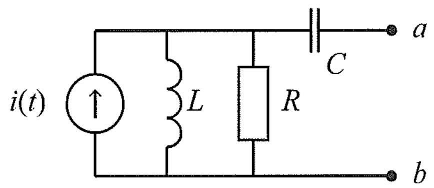
Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. En växelströmskrets i form av en tvåpol visas i figur 1. Ta fram Nortons ekvivalenta tvåpol för kretsen med avseende på polerna a och b. Antag sinusformat stationärtillstånd.

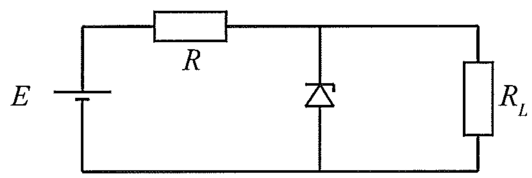
$R = 2.0$ kΩ	$L = 10$ H
$C = 5.0$ μF	$i(t) = 4.0\cos(200t + 30°)$ A



Figur 1: Tvåpol

2. En likströmskrets består av ett batteri (E), två resistanser och en zenerdiod enligt figur 2. Beräkna effektutvecklingen i zenerdioden.

$R = 68\ \Omega$	$R_L = 150\ \Omega$	$E = 15$ V
För zenerdioden gäller		
$U_Z = 5.0$ V	$r_Z = 0\ \Omega$	$I_{Zmax} = 160$ mA

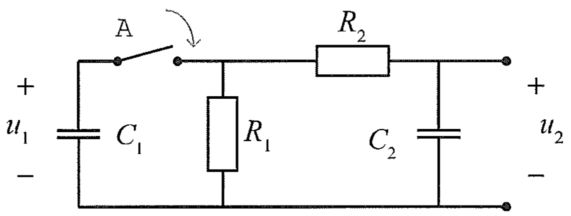


Figur 2: Likströmskrets

3. Brytaren `A` i kretsen har varit öppen under en lång tid. Beräkna spänningen $u_2(t)$ efter det att brytaren sluts vid tidpunkten $t = 0$. Kapacitans C_1 har en begynnelsespänning på u_1=100 V vid $t < 0$. Kapacitans C_2 saknar begynnelseenergi.

$R_1 = 200$ kΩ $C_1 = 10\ \mu$F

$R_2 = 120$ kΩ $C_2 = \frac{25}{6}\ \mu$F



Figur 3: Krets med brytare

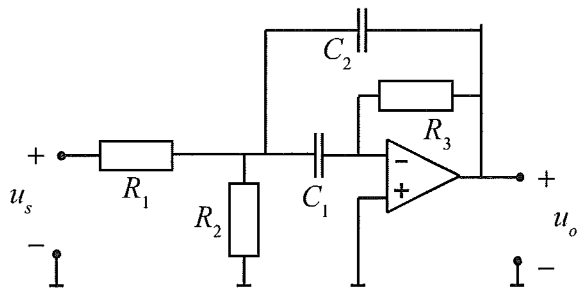
4. Ett analogt filter byggs enligt operationsförstärkarkretsen i figur 4.

   (a) Beräkna filtrets överföringsfunktion $\dfrac{U_o(s)}{U_s(s)}$ och ange vilken typ av filter det är. Antag ideal operationsförstärkare

   (b) Beräkna filtrets bandbredd.

   (c) Beräkna filtrets maximala förstärkning.

$R_1 = 62$ kΩ	$R_2 = 2.2$ kΩ	$R_3 = 160$ kΩ
$C_1 = 0.010$ μF	$C_2 = 0.010$ μF	



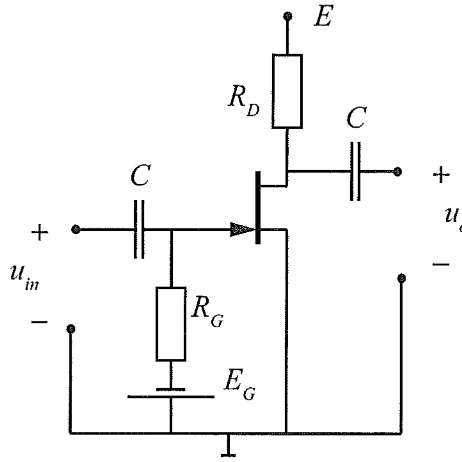
Figur 4: Filterkrets med operationsförstärkare

5. En transistorförstärkare har ett utseende enligt figur 5. Beräkna transistorns arbetspunkt (Drainström I_D och Drain-Source spänning U_{DS}). Beräkna även förstärkningsfaktorn $\frac{u_o}{u_{in}}$. Antag att $\frac{1}{\omega C} \approx 0$ vid aktuella signalfrekvenser.

$$R_D = 2.2 \text{ k}\Omega \qquad E = 15 \text{ V}$$
$$R_G = 1.0 \text{ M}\Omega \qquad E_G = 2.0 \text{ V}$$

för transistorn gäller

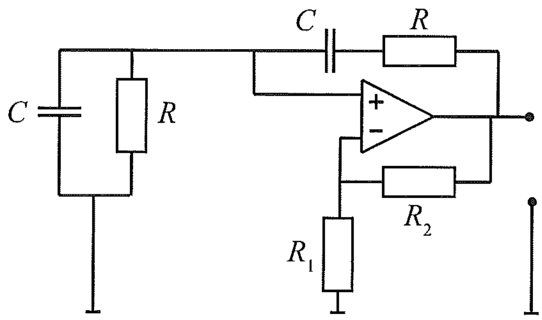
$$U_p = -4.0 \text{ V} \qquad I_{DSS} = 12.0 \text{ mA}$$



Figur 5: Transistorkrets

6. Beräkna värdet på resistans R_2 så att operationsförstärkarkretsen i figur 6 svänger sinusformigt. Beräkna även svängningsfrekvensen. Antag ideal operationsförstärkare.

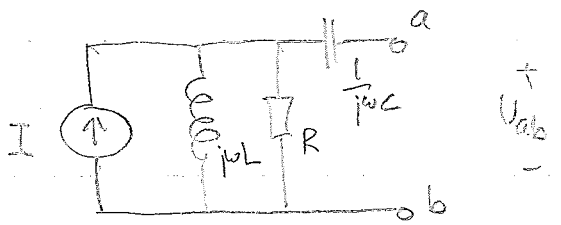
$R_1 = 10\ \text{k}\Omega$ $\qquad R = 158\ \text{k}\Omega$ $\qquad C = 1.0\ \text{nF}$



Figur 6: Oscillatorkrets

Elektriska Nät & System
F2 ess116 160111

1. $j\omega$-transformera



$R = 2{,}0\ k\Omega$

$C = 5{,}0\ \mu F$

$L = 10\ H$

$i(t) = 4{,}0 \cos(\omega t + 30°)\ A$

$I = 4{,}0 \angle 30°$, $\omega = 200\ r/s$

- Ekvivalent impedans (Nollställ strömkälla)

$$Z = \frac{1}{j\omega C} + R // j\omega L = \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L} + \frac{1}{j\omega C} =$$

$$= \frac{j\omega RL(R - j\omega L)}{R^2 + (\omega L)^2} - j\frac{1}{\omega C} =$$

$$= \frac{\omega^2 RL^2}{R^2 + (\omega L)^2} + j\left(\frac{\omega R^2 L}{R^2 + (\omega L)^2} - \frac{1}{\omega C}\right) =$$

$$= \frac{200^2 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 10^2}{(2 \cdot 10^3)^2 + (2 \cdot 10^3)^2} + j\left(\frac{200 \cdot (2 \cdot 10^3)^2 \cdot 10}{(2 \cdot 10^3)^2 + (2 \cdot 10^3)^2} - \frac{1}{200 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}\right)$$

$$= 1000 + j(1000 - 1000) = 1000$$

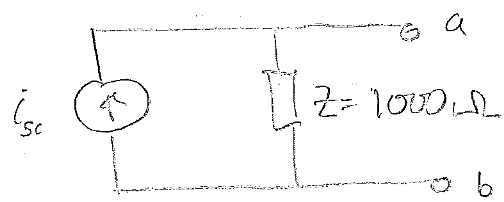
- Tomg. spänning $U_{ab} = I \cdot (j\omega L // R) = I \frac{j\omega L \cdot R}{R + j\omega L} =$

$$= I \frac{j\omega RL(R - j\omega L)}{R^2 + (\omega L)^2} = I \frac{200 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 10\, j(2 \cdot 10^3 - j\, 2 \cdot 10^3)}{2 \cdot (2 \cdot 10^3)^2} =$$

$$= \frac{4 \cdot \angle 30° \ (2 \cdot 10^3)^2 \angle 90° \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot 10^3 \angle -45°}{2(2 \cdot 10^3)^2} = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 \angle 75° \ V$$

- Kortsl. ström $I_{sc} = \frac{U_{ab}}{Z} = 4\sqrt{2} \angle 75°\ A$

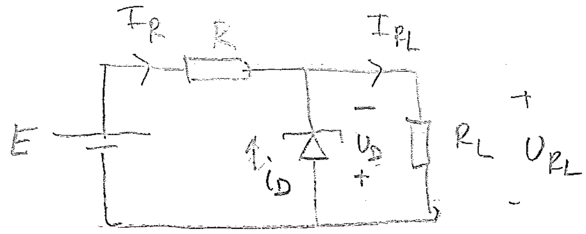
- Norton ekv. krets



$i_{sc} = 4\sqrt{2} \cos(200t + 75°)\ A$

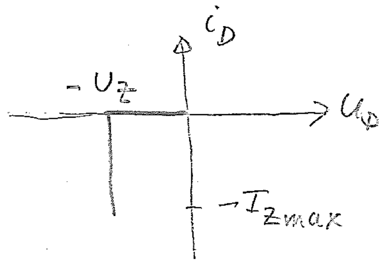
essl16
160111

2.



$E = 15\,V$
$R_L = 150\,\Omega$
$R = 68\,\Omega$

$U_Z = 5{,}0\,V$
$r_Z = 0$
$I_{Zmax} = 160\,mA$



Spänning över R_L utan zenerdiod:

$$U'_{RL} = E \cdot \frac{R_L}{R_L + R} = 15 \cdot \frac{150}{150+68} = 10{,}3 > U_Z$$

∴ zenerdiod i sitt zenerområde ⇒ $U_{RL} = 5{,}0\,V$

$$I_R = \frac{E - U_{RL}}{R} = \frac{E - U_Z}{R} = \frac{15-5}{68} = \frac{10}{68}\,A$$

$$I_{RL} = \frac{U_{RL}}{R_L} = \frac{U_Z}{R_L} = \frac{5}{150}\,A$$

$$i_D + I_R = I_{RL} \quad ; \quad i_D = I_{RL} - I_R = \frac{5}{150} - \frac{10}{68} = -0{,}114\,A$$

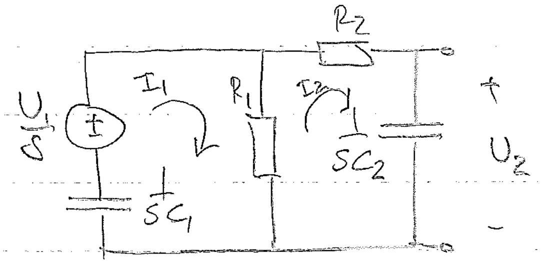
Effektutveckling i zenerdiod

$$P_Z = U_D \cdot i_D = (-5)(-0{,}114) \approx 0{,}57\,W$$

Notera; $|i_D| < I_{Zmax}$

ess116
160111

3. Laplacetransf. $(t \geq 0)$



$R_1 = 200\ k\Omega$

$R_2 = 120\ k\Omega$

$C_1 = 10\ \mu F$

$C_2 = \frac{25}{6}\ \mu F$

$U_1 = 100\ V \quad (t < 0)$

KVL (Maskanalys) Inför maskströmmar I_1 och I_2

$$\begin{cases} -\frac{U_1}{s} + (I_1 - I_2)R_1 + \frac{1}{sC_1} = 0 \\ I_2 R_2 + I_2 \cdot \frac{1}{sC_2} + (I_2 - I_1)R_1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + \frac{1}{sC_1} & -R_1 \\ -R_1 & R_1 + R_2 + \frac{1}{sC_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{U_1}{s} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sök I_2 (Cramers regel)

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} R_1 + \frac{1}{sC_1} & \frac{U_1}{s} \\ -R_1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 + \frac{1}{sC_1} & -R_1 \\ -R_1 & R_1 + R_2 + \frac{1}{sC_2} \end{vmatrix}} = \frac{\frac{U_1 \cdot R_1}{s}}{\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right)\left(R_1 + R_2 + \frac{1}{sC_2}\right) - R_1^2} =$$

$$= \frac{U_1}{R_2} \cdot \frac{s}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_1} + \frac{1}{R_2C_2}\right) + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}} = \frac{U_1}{R_2} \cdot \frac{s}{s^2 + s\left(\frac{10}{3}\right) + 1} =$$

$$= \frac{U_1}{R_2} \cdot \frac{s}{(s+3)\left(s+\frac{1}{3}\right)} = \{PBU\} = \frac{U_1 \cdot s}{R_2} \cdot \frac{3}{8}\left(\frac{1}{s+\frac{1}{3}} - \frac{1}{s+3}\right)$$

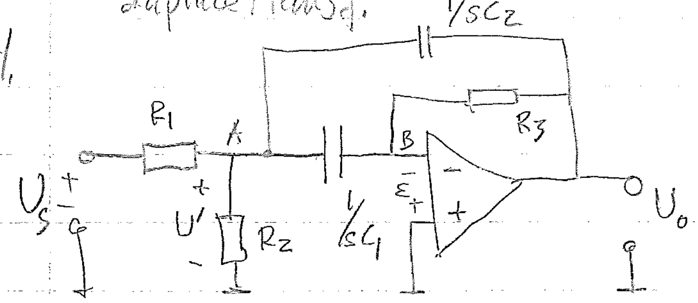
$$U_2 = I_2 \cdot \frac{1}{sC_2} = \underbrace{\frac{U_1}{R_2C_2}}_{75} \cdot \frac{3}{8}\left(\frac{1}{s+\frac{1}{3}} - \frac{1}{s+3}\right) \overset{\mathcal{L}^{-1}}{\Rightarrow} u_2(t) = 75\left(e^{-\frac{t}{3}} - e^{-3t}\right)\ V$$

för $t \geq 0$

ess116
160111

4.

Laplacetransf.



$R_1 = 62\ k\Omega$
$R_2 = 2{,}2\ k\Omega$
$R_3 = 160\ k\Omega$
$C_1 = 0{,}010\ \mu F$
$C_2 = 0{,}010\ \mu F$

Ideal op förstr. }
Neg. återkoppl. } $\Rightarrow$ $\varepsilon = 0$, $i_{op} = 0$

a/

$$KCL_A: \quad \frac{U_s - U'}{R_1} - \frac{U'}{R_2} + \frac{U_0 - U'}{1/sC_2} - \frac{U'}{1/sC_1} = 0$$

$$KCL_B: \quad \frac{U'}{1/sC_1} + \frac{U_0}{R_3} = 0 \quad \Rightarrow \quad U' = -\frac{U_0}{sR_3C_1}$$

$$\frac{U_s}{R_1} = -U_0\, sC_2 + U'\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_2 + sC_1\right) =$$

$$= -U_0\left(sC_2 + \frac{1}{sR_3C_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + s(C_1 + C_2)\right)\right)$$

$$U_s = -U_0\left\{ sR_1C_2 + \frac{1}{sR_3C_1}\left(1 + \frac{R_1}{R_2} + sR_1(C_1 + C_2)\right)\right\}$$

$$\frac{U_0}{U_s} = -\frac{sR_3C_1}{s^2R_1R_3C_1C_2 + sR_1(C_1+C_2) + 1 + \frac{R_1}{R_2}} = -\frac{s/R_1C_2}{s^2 + s\frac{C_1+C_2}{R_3C_1C_2} + \frac{R_1+R_2}{R_2}\cdot\frac{1}{R_1R_3C_1C_2}}$$

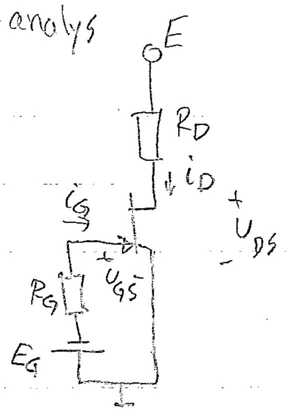
Bandpassfilter! $H(s) = \dfrac{As}{s^2 + Bs + \omega_0^2}$

b/ Bandbredd $B = \dfrac{C_1 + C_2}{R_3C_1C_2} = \{C_1 = C_2 = C\} = \dfrac{2}{R_3C} = 1250$ r/s (≈ 199 Hz)

c/ $F_{max} = \dfrac{A}{B} = \dfrac{R_3C_1C_2}{R_1C_2\cdot(C_1+C_2)} = \dfrac{R_3C^2}{R_1\cdot 2C^2} = 1{,}29$ ggr

ess 116
160111

5. DC-analys



$R_D = 2{,}2\ k\Omega \qquad R_G = 1{,}0\ M\Omega$

$E = 15\ V \qquad E_G = 2{,}0\ V$

$U_p = -4{,}0\ V$

$I_{DSS} = 12\ mA$

Antag $i_G = 0$

$U_{GS} + E_G + i_G \cdot R_G = 0 \Rightarrow U_{GS} = -E_G$

$$i_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right)^2 = 12\left(1 - \frac{(-2)}{(-4)}\right)^2 = 3{,}0\ mA$$

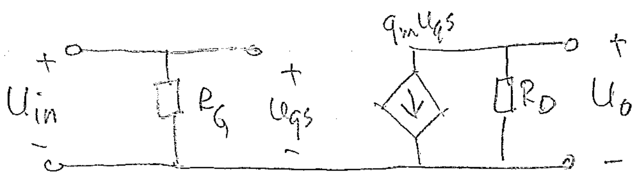
$$U_{DS} = E - R_D i_D = 15 - 2{,}2 \cdot 3 = 8{,}4\ V$$

Förstärkning (AC-analys)

$$\text{Beräkna } g_m = \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} = \frac{2 I_{DSS}}{-U_p}\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right) = \frac{2 \cdot 12}{4}\left(1 - \frac{2}{4}\right) =$$

$$= 3{,}0\ mA/V$$

Småsignalschema $\left(\frac{1}{\omega C} \approx 0\right)$



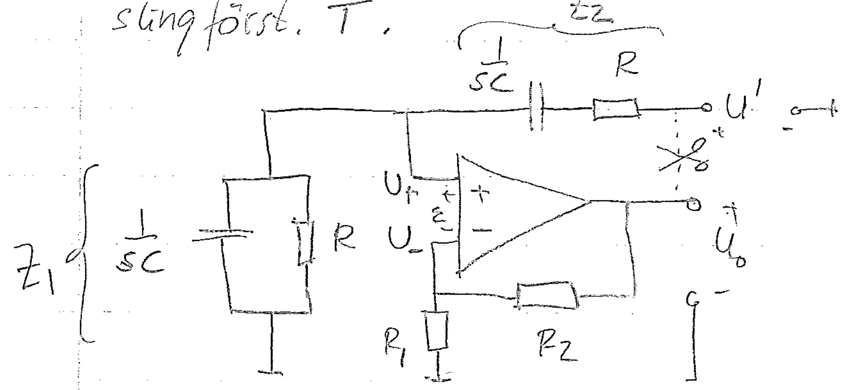
$$\left.\begin{aligned} u_o &= -g_m u_{gs} \cdot R_D \\ u_{in} &= u_{gs} \end{aligned}\right\} \quad \frac{u_o}{u_{in}} = -g_m R_D =$$

$$= -3{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}2 \cdot 10^{3} = -6{,}6 \text{ ggr}$$

ess116
160111

6. Bryt upp kretsen, beräkna slingförst. T.

$R_1 = 10\,k\Omega$
$R = 158\,k\Omega$
$C = 1{,}0\,nF$



$$Z_2 = R + \frac{1}{sC} = \frac{1+sRC}{sC}$$

$$Z_1 = R \,//\, \frac{1}{sC} = \frac{R\cdot\frac{1}{sC}}{R+\frac{1}{sC}} = \frac{R}{1+sRC}$$

Ideal op först. ⎫
Neg. återkoppl. ⎭ $\Rightarrow \varepsilon = U_+ - U_- = 0$, $i_{op} = 0$

Spänningsdela!

$$\begin{cases} U_- = U_0 \dfrac{R_1}{R_1+R_2} \\ U_+ = U' \dfrac{Z_1}{Z_1+Z_2} \end{cases}$$

$U_- = U_0$

$$U_0 \frac{R_1}{R_1+R_2} = U' \frac{Z_1}{Z_1+Z_2}$$

$$T = \frac{U_0}{U'} = \frac{R_1+R_2}{R_1}\cdot\frac{Z_1}{Z_1+Z_2} = \frac{R_1+R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{1+\frac{Z_2}{Z_1}} =$$

$$= \frac{R_1+R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{1+\frac{(1+sRC)}{sC}\cdot\frac{(1+sRC)}{R}} = \frac{sRC}{sRC+(1+sRC)^2}\cdot\frac{R_1+R_2}{R_1}$$

$$T = T(j\omega) = \frac{j\omega RC\cdot\frac{R_1+R_2}{R_1}}{j\omega RC + 1 + j\omega 2RC - \omega^2R^2C^2} = 1$$ Krav vid självsvängn.

Två villkor $1-\omega^2R^2C^2 = 0 \Rightarrow \omega = \frac{1}{RC}$

$$\frac{j\omega(RC)}{j\omega(RC+2RC)}\cdot\frac{R_1+R_2}{R_1} = 1 \Rightarrow \frac{1}{3}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = 1$$

$$\frac{R_2}{R_1} = 2$$

Svar: $\omega = \frac{1}{RC} = 6{,}33\,krad/s$ $(\approx 1{,}0\,kHz)$

$R_2 = 2R_1 = 20\,k\Omega$