

Dugga i Termodynamik och statistisk fysik för F3(FTF140)

Tid och plats: Torsdagen den 27 september 2007, kl. 10-12, FL61, FL71, KC.

Hjälpmedel: Inga

Bedömning: Varje uppgift kan ge en halv eller en poäng som räknas som bonus på nuvarande läsårs tentaresultat.

Uppgifterna är inte nödvändigtvis ordnade i ökande svårighetsgrad.

Liten formelsamling

- För idealgas:

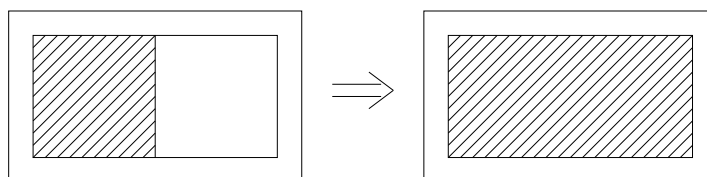
$$Pv=RT,$$

$$c_p-c_v=R,$$

$$de=c_vdT.$$

- mikrokanonisk fördelning: $P_r = 1/\Omega$
- kanonisk fördelning: $P_r = e^{-\beta E_r}/Z$
- entropin: $S = -k_B \sum_r P_r \ln P_r$
- entropiändring: $dS \geq \dot{d}Q/T$

Uppgift 1



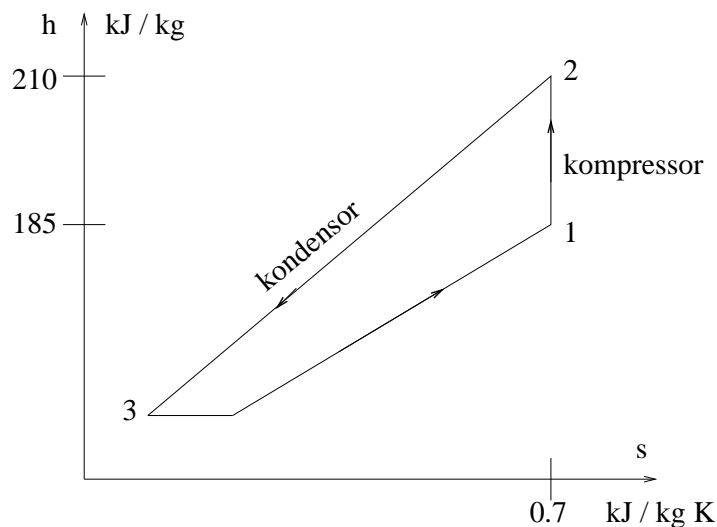
En mol av en idealgas med volymen V_0 expanderar adiabatiskt och fritt in i vakuum till en volym $V_1 = 2V_0$.

- a) Beräkna ändringen av gasens inre energi och temperatur.
- b) Beräkna ändringen av gasens entropi.

Uppgift 2

Visa att tillståndssumman Z kan skrivas $Z = e^{-\beta F}$, där F är Helmholtz fria energi, $F = E - TS$. (Tips! Utgå från entropin.)

Uppgift 3



Figuren visar ett entalpi-entropi diagram för en kompressorkylskåpacykel där en kylvätska flödar i ett slutet system. Del **1** till **2** är kompressorsteget där mättad ånga vid lågt tryck komprimeras till överhettad ånga vid högt tryck.

- Motivera och beräkna hur mycket arbete kompressorn utför per kg av flödet.
- Om kylskåpets effekt är 100W som helt används till att driva kompressorn hur stort är massflödet i gram/s?

Uppgift 4

Fristående fortsättning på uppgift 3.

I kondensorsteg **2** till **3** som sker vid konstant tryck ($P_2 = P_3$) kyles den överhettade ångan ner från $T_2 = 40^\circ\text{C}$ och kondenseras fullständigt till mättad vätska vid temperatur $T_3 = 20^\circ\text{C}$.

Beräkna specifika entropin för den mättade vätskan (**3**), givet följande: Entalpin för mättad ånga respektive vätska vid $T_3 = 20^\circ\text{C}$ är $h_g = 195\text{kJ/kg}$ och $h_v = 55\text{kJ/kg}$ och isobara värmekapaciteten för ångan i det aktuella temperaturintervallet är $c_p = 0.7\text{kJ/kgK}$. Skriv ner resultatet exakt för de givna värdena, gör sedan en grov uppskattning av det numeriska värdet.

Lösningar Dugga 070927

a) Inget värmeutbyte eller arbete, alltså är energin bevarad enligt första lagen. För idealgas är då också temperaturen konstant.

b) Välj en reversibel väg så att $dS = \dot{d}Q/T$ och $\Delta S = \int \dot{d}Q/T$. Här har vi $dE = 0$ dvs $\dot{d}Q = -\dot{d}W = PdV$ och för en mol idealgas vid konstant temperatur gäller $P = RT/V$.

Vi får alltså

$$\Delta S = \int_{V_0}^{V_1} R dV/V = R \ln(V_1/V_0) = R \ln 2$$

Uppgift 2

Entropin ges av $S = -k_B \sum_r P_r \ln P_r = [\ln P_r = -\ln Z - \beta E_r] = k_B \ln Z \sum_r P_r + (1/T) \sum_r P_r E_r = k_B \ln Z + E/T$ alltså är $F = E - TS = -k_B T \ln Z$ och följaktligen $Z = e^{-\beta F}$.

Uppgift 3

a) I kompressorsteget är entropin konstant vilket innebär att processen är adiabatisk (antag kvasistatisk). För ett stationärt flöde ges då arbetet av ändringen i entalpi $w = h_2 - h_1 = 25 kJ/kg$

b) Massflödet fås från effekten P enligt $P/w = 4 gram/s$

Uppgift 4

Två delmoment: (1) Avkylning av överhettad till mättad ånga och (2) kondensering av ångan till vätska.

$$\Delta S_1 = \int_{T_2}^{T_3} c_P dT/T = c_P \ln(T_3/T_2) \approx c_P (T_3 - T_2)/T_2 \approx -0.05 kJ/kgK$$

$$\Delta S_2 = \Delta h/T_3 = -140/293 kJ/kgK \approx -0.5 kJ/kgK$$

Entropin för den mättade vätskan är cirka $0.2 kJ/kgK$