

## Dugga 1 i FTF140 Termodynamik och statistisk fysik för F3

**Tid och plats:** Onsdagen den 14 sep. 2011, kl 10.00-11.30, FB och KC

**Hjälpmedel:** Inga

**Bedömning:** Varje uppgift kan ge en halv eller en hel poäng som adderas till tentamensresultatet läsåret 2011/2012.

### Liten formelsamling

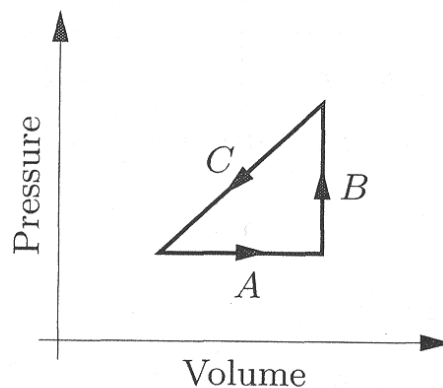
Allmänt:

$$S = k \ln \Omega$$
$$dS = \frac{1}{T}dU + \frac{P}{T}dV - \frac{\mu}{T}dN$$

För en idealgas gäller:

$$PV = NkT$$
$$U = U(T)$$
$$C_P(T) - C_V(T) = Nk$$
$$PV = \text{konst. (isoterm process)}$$
$$PV^\gamma = \text{konst. (isentropisk process)}$$
$$\gamma = C_P/C_V$$

1. En idealgas är innesluten i en behållare vars volym kan varieras. Gasen genomgår en cyklisk process bestående av 3 kvasistatiska delprocesser; A, B och C (se figur). Bestäm för varje delprocess: (a) på gasen utträttat arbete (positivt, noll eller negativt), (b) ändringen av gasens energi (ökning, oförändrad eller minskning), (c) till gasen tillfört värme (positivt, noll eller negativt).



2. Betrakta två system  $A$  och  $B$ . Systemen har temperaturoberoende värmekapaciteter,  $C = 2a$  och  $C = a$ , för system  $A$  respektive system  $B$ , och där  $a$  är en konstant. Från början har system  $A$  begynnelsestemperaturen  $T_0$  (K) och system  $B$  begynnelsestemperaturen  $2T_0$  (K). Systemen bringas i termisk kontakt med varandra. Vad blir sluttemperaturen samt den totala entropiändringen när termisk jämvikt har ställt in sig?

3. Betrakta ett system av  $N$  harmoniska oscillatorer. Systemets energi kan skrivas på formen

$$U = qhf + U_0$$

där  $q$  är systemets totala antal energikvanta,  $h$  Plancks konstant,  $f$  oscillatorfrekvensen och  $U_0$  en konstant, systemets grundtillståndsenergi. I gränsen

$$q \gg N \gg 1$$

gäller att multipliciteten ges av uttrycket

$$\Omega(N, q) = \left(\frac{eq}{N}\right)^N$$

Bestäm utgående från detta systemets energi som funktion av  $N$  och temperaturen  $T$ , dvs  $U = U(N, T)$ .

4. Mättad vätska av kylmedlet HFC-134a (se bifogade tabeller) med temperaturen  $46.3^\circ\text{C}$  pressas genom en strypventil. Trycket sjunker då till  $8.0$  bar. Vad blir kylmediets temperatur efter passagen av strypventilen? Hur stor andel förångas?

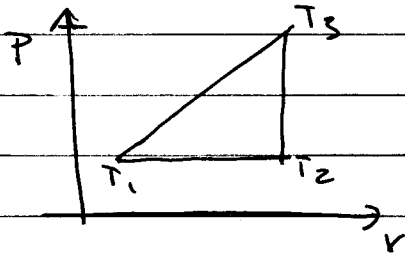
$P$ (bar)	$T$ (°C)	$H_{\text{liquid}}$ (kJ)	$H_{\text{gas}}$ (kJ)	$S_{\text{liquid}}$ (kJ/K)	$S_{\text{gas}}$ (kJ/K)
1.0	-26.4	16	231	0.068	0.940
1.4	-18.8	26	236	0.106	0.932
2.0	-10.1	37	241	0.148	0.925
4.0	8.9	62	252	0.240	0.915
6.0	21.6	79	259	0.300	0.910
8.0	31.3	93	264	0.346	0.907
10.0	39.4	105	268	0.384	0.904
12.0	46.3	116	271	0.416	0.902

**Table 4.3.** Properties of the refrigerant HFC-134a under saturated conditions (at its boiling point for each pressure). All values are for 1 kg of fluid, and are measured relative to an arbitrarily chosen reference state, the saturated liquid at  $-40^{\circ}\text{C}$ . Excerpted from Moran and Shapiro (1995).

$P$ (bar)		Temperature (°C)		
		40	50	60
8.0	$H$ (kJ)	274	284	295
	$S$ (kJ/K)	0.937	0.971	1.003
10.0	$H$ (kJ)	269	280	291
	$S$ (kJ/K)	0.907	0.943	0.977
12.0	$H$ (kJ)		276	287
	$S$ (kJ/K)		0.916	0.953

**Table 4.4.** Properties of superheated (gaseous) refrigerant HFC-134a. All values are for 1 kg of fluid, and are measured relative to the same reference state as in Table 4.3. Excerpted from Moran and Shapiro (1995).

①



$$T_3 > T_2 > T_1$$

	A	B	C	
W	-	0	+	
$\Delta U$	+	+	-	$U \propto T$
Q	+	+	-	$Q = \Delta U - W$

②

$$C = 2a$$

$$T_0$$

$$C = a$$

$$2T_0$$

Energikonservering

$$2a(T_F - T_0) = a(2T_0 - T_F) \Rightarrow T_F = \frac{4}{3}T_0$$

2:a h-satzen

$$\Delta S_{\text{tot}} = \int_{T_0}^{T_F} \frac{2a dT}{T} + \int_{2T_0}^{T_F} \frac{a dT}{T}$$

$$= a \left[ 2 \ln \frac{T_F}{T_0} + \ln \frac{T_F}{2T_0} \right]$$

$$= a \left[ 2 \ln \frac{4}{3} + \ln \frac{2}{3} \right] = a \ln \frac{32}{27}$$

③

$$S = k \ln \Omega = kN [1 + \ln g - \ln N]$$

$$\frac{1}{T} \equiv \left( \frac{\partial S}{\partial U} \right)_N = \frac{dg}{dU} \left( \frac{\partial S}{\partial g} \right)_N = \frac{1}{hf} \frac{kN}{g} = \frac{kN}{U - U_0}$$

$$\Rightarrow U = NkT + U_0$$

④

Strypventil:  $H_{in} = H_{ut}$

In: mättad ångta,  $T_{in} = 46.3^\circ\text{C}$

$\Rightarrow P_{in} = 12.0 \text{ bar}$ ,  $H_{in} = 116 \text{ kJ}$

Ut: mättat tillstånd,  $P_{ut} = 8.0 \text{ bar}$

$\Rightarrow T_{ut} = 31.3^\circ\text{C}$

Beteckna andelen mättad ånga med  $x$

$$\Rightarrow H_{ut} = x H_{ut}^{\text{gas}} + (1-x) H_{ut}^{\text{liquid}}$$

$$x = \frac{H_{in} - H_{ut}^{\text{liquid}}}{H_{ut}^{\text{gas}} - H_{ut}^{\text{liquid}}} = \frac{116 - 93}{264 - 93} = \frac{23}{71}$$

$\therefore T_{ut} = 31.3^\circ\text{C}$ , andel ånga 32%