MTF052 STRÖMNINGSMEKANIK

Tentamen måndagen den 18 augusti 2014, kl 08:30-13:30, M-huset (OBS! 5-timmarstenta)

Hjälpmedel: **Teoridelen:**
Inga hjälpmedel tillåtna

OBS! Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

Problemdelen:
Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsningsanteckningar - dock **ej** lösta exempel.

Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla tisdag 19 augusti 2014

Betygsgränser: Maximal poängsumma är 85 p. Betyg 3 ≥34p, 4 ≥51p, 5 ≥68p

Tentaresultat: Meddelas senast fredag 5 september 2014

Granskning: Måndag 8 september 2014, kl 11.45-12.45
Tisdag 9 september 2014, kl 11.45-12.45

Läraren besöker salen: ca kl 9:30 och ca kl 12

Göteborg den 14 augusti 2014
Alf-Erik Almstedt, tel 772 1407

TILLÄMPAD MEKANIK
Chalmers tekniska högskola
412 96 Göteborg

Besök: Hörsalsvägen 7 B, 4 tr
Telefon: 031-772 37 87
E-post: ullt@chalmers.se
Webb: www.chalmers.se/am

Chalmers tekniska högskola AB
Organisationsnummer 556479-5598

Teoriuppgifter

T1. Definiera Reynolds tal och visa att det är dimensionslöst. (2p)

T2. Härled kontinuitetsekvationen på integralform för en fix kontrollvolym genom att utgå från Reynolds transportteorem

$$\frac{d}{dt}\left(B_{syst}\right)=\frac{d}{dt}\left(\int_{cv}\beta\rho dv\right)+\int_{cs}\beta\rho\left(\mathbf{V_r}\cdot\mathbf{n}\right)dA$$

Förklara även vad kontinuitetsekvationen betyder fysikaliskt. (4p)

T3. Härled kontinuitetsekvationen på differentialform utgående från kontrollvolyms-formuleringen,

$$\int_{CV}\frac{\partial\rho}{\partial t}d\mathcal{V}+\sum_i(\rho_i A_i V_i)_{out}-\sum_i(\rho_i A_i V_i)_{in}=0$$

genom att låta kontrollvolymen gå mot noll. (7p)

T4. Varför vill man uttrycka fysikaliska ekvationer på dimensionslös form? (2p)

T5. Formulera Reynolds likformighetslag. (2p)

T6. Vad menas med inloppssträcka vid rörströmning? Beskriv vad som händer med hastighetsfältet i inloppssträckan. Vad menas med fullt utbildad rörströmning? (5p)

T7. Hur förhåller sig den turbulenta viskositeten ε_m storleksmässigt till den kinematiska viskositeten ν i det viskösa underskiktet respektive i det fullt turbulenta området? Hur varierar totala skjuvspänningen τ med y-koordinaten i dessa områden? Vilken matematisk form har hastighetsprofilen i de bägge områdena? (4p)

T8. För ett laminärt gränsskikt på en plan platta är

$$c_f=\frac{0.664}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}$$

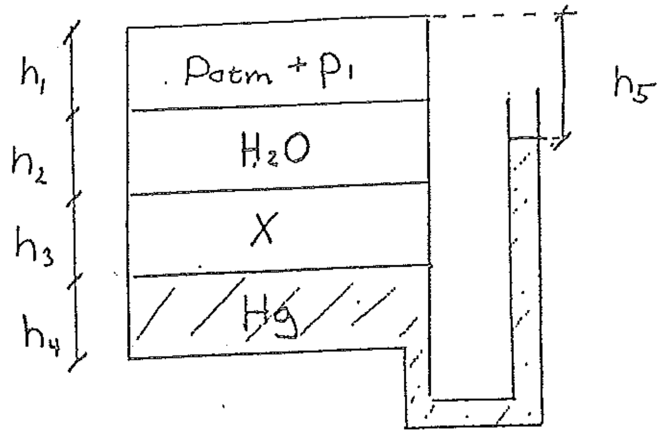
Bestäm det totala friktionsmotståndet, D, för en sida av plattan. Denna kraft uttrycks ofta m.h.a. en dimensionslös motståndskoefficient, C_D. Bestäm C_D uttryckt m.h.a. Re_L, d.v.s med hjälp av Reynoldstalet i plattans bakkant. (4p)

T9. Förklara uppkomsten av von Kármáns virvelgata. (3p)

T10. Vad menas med Prandtl-Meyer-expansion? Illustrera med figur. (2p)

Problem

P1. I en sluten behållare, försedd med ett öppet u-rör, finns tre skikt av vätskor med olika densitet, se figur nedan. Längst ner kvicksilver, i mitten en okänd vätska och längst upp vatten. Ovanför vattenytan finns luft med övertrycket p_1. Beräkna densiteten på den okända vätskan om $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = 0{,}2m$, $h_5 = 0{,}24m$ och $p_1 = 43400Pa$. Behållarens diameter är 0,6 m och diametern på u-röret är 0,02 m.

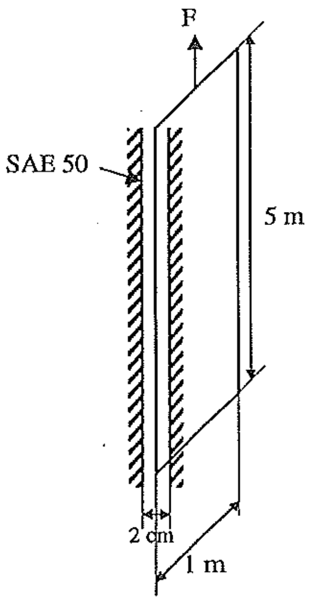


(10p)

P2. En plan tunn plåt skall dras upp ur ett vertikalt hålrum som innehåller SAE50-olja av 20°C. Vid vilken hastighet blir den erforderliga kraften 850 N?

Bortse från änd- och kanteffekter samt starteffekter. Skillnaden i statiskt tryck, och plåtens egen tyngd (dock ej tyngdkraftens inverkan på oljan) får också försummas. Plåtens längd och bredd är 5 m resp 1 m och dess tjocklek är försumbar. Hålrummets vidd är 2 cm, se figur. Man kan dessutom anta att det finns lika mycket olja på båda sidor om plåten, dvs. plåten är centralt placerad i hålrummet.

Ledning: Från kraften kan skjuvspänningen bestämmas vilket underlättar bestämmandet av integrationskonstanter om det nu av en händelse skulle bli några sådana.

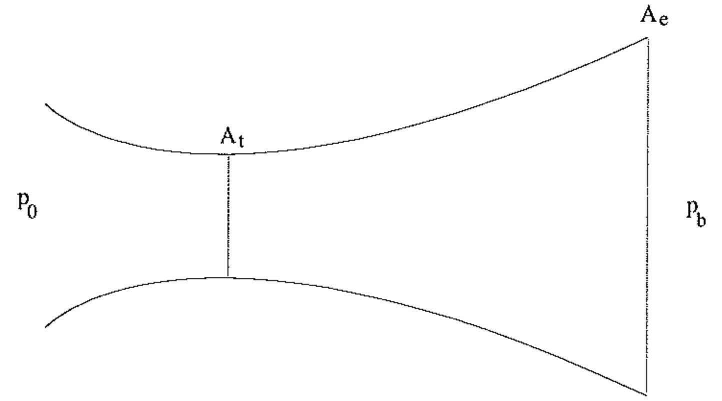


(10p)

P3. Ett rör med ett tvärsnitt utgörande en liksidig triangel med sidan 8 cm har på insidan en sådan ytbeskaffenhet att den ekvivalenta sandskrovligheten kan sättas till 0,30 mm. Hur stor tryck-skillnad fordras för att driva 1,2 m^3 vatten per minut genom 50 m av ett dylikt, horisontellt rör? Vattentemperaturen är 10°C. (10p)

P4. En stressad teknologgrupp ska göra en strömningslaboration och mäta upp hastighetsprofilen på en tangentiellt anströmmad plan platta i en vindtunnel. Lufttemperaturen är 20° C och de mäter med en tunn varmtråd 3 m från plattans framkant. Den första mätningen går bra och de får en tidsmedelvärderad hastighet av 3 m/s i en punkt 3 mm ut från plattan. Sedan råkar de tyvärr göra sönder varmtråden innan de hinner mäta någon mer punkt. Hjälp den stackars gruppen att bestämma väggskjuvspänningen, friströmshastigheten och gränsskiktstjockleken på det aktuella avståndet från plattans framkant. (10p)

P5. Vid konstruktionen av en konvergent-divergent dysa vill man undvika att en stöt uppträder i den divergerande delen av dysan.
Inom vilket eller vilka intervall kan man operera mottrycket, p_b, utan att en stöt uppträder *i dysan*. Här är $A_e/A^*=3$ och strömningen kommer från en stor behållare med trycket $p = 100\ kPa$.



(10p)

$$h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h$$

jmukt:

$$p_1 + \rho_{H_2O}\, g h + \rho_x\, g h = (3h - h_5)\, g\, \rho_{Hg}$$

$$\rho_x = \frac{(3h - h_5)\, g\, \rho_{Hg} - \rho_{H_2O}\, g h - p_1}{g h} =$$

tabell: $\left.\begin{array}{l} \rho_{Hg} = 13550\ kg/m^3 \\ \rho_{H_2O} = 998\ kg/m^3 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$$\rho_x = 1271\ kg/m^3$$

givet: $L = 5\ m$, $b = 1\ m$, $h = 1\ cm$, $F = 850\ N$, oil SAE 50 $\left\{\begin{array}{l} \rho = 902\ kg/m^3 \\ \mu = 0{,}86\ kg/m\cdot s \\ \nu = 9{,}534\cdot 10^{-4}\ m^2/s \end{array}\right.$

sökt: V

$$F = -\tau \cdot A = -\tau \cdot 2 \cdot L \cdot b \Rightarrow \tau = \frac{-F}{2 \cdot L \cdot b} = -85\ N/m^2 \quad \left(= \mu \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

N.S. i y-riktn. (endast 2-dim strömning)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + g_y + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)$$

stationärt: $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$; "lång kanal": $u = 0$, $w = 0$, $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$, $\frac{\partial v}{\partial z} = 0$, $\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0$, $\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0$

försumma trycket: $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$

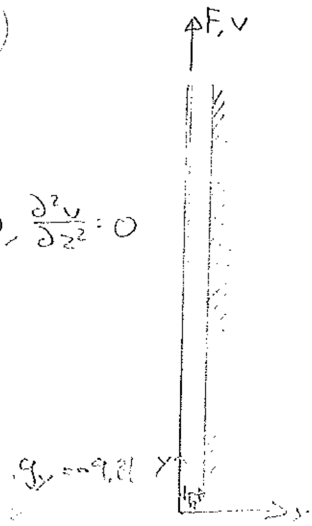
$$\Rightarrow 0 = g_y + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -\frac{g_y}{\nu}$$

integrera:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{g_y}{\nu} x + C_1 \qquad (1)$$

integrera:

$$v = -\frac{g_y}{\nu}\frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2 \qquad (2)$$



R.V. 1: $x = 0$ $\quad \mu \frac{\partial v}{\partial x} = \tau \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\tau}{\mu}$

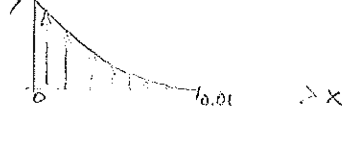
$$(1) \Rightarrow \frac{\tau}{\mu} = -\frac{g_y}{\nu}\cdot 0 + C_1 \Rightarrow C_1 = \frac{\tau}{\mu}$$

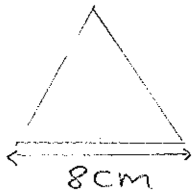
R.V. 2: $x = 0{,}01\ m$ $\quad v = 0$

$$(2) \Rightarrow 0 = -\frac{g_y}{\nu}\frac{0{,}01^2}{2} + \frac{\tau}{\mu}\cdot 0{,}01 + C_2 \Rightarrow C_2 = \frac{g_y}{\nu}\frac{0{,}01^2}{2} - \frac{\tau}{\mu}\cdot 0{,}01$$

$$\Rightarrow v = -\frac{g_y}{\nu}\frac{x^2}{2} + \frac{\tau}{\mu}x + \frac{g_y}{\nu}\frac{0{,}01^2}{2} - \frac{\tau}{\mu}0{,}01 = \frac{g_y}{\nu \cdot 2}(0{,}01^2 - x^2) + \frac{\tau}{\mu}(x - 0{,}01)$$

$$v(x=0) = 0{,}47\ m/s$$





$\varepsilon = 0{,}30$ mm
$Q = 0{,}02\ m^3/s$
$L = 50$ m
$t = 10°C$

3.68b)

$$p_1 + \rho g z_1 + \rho \frac{V_1^2}{2} = p_2 + \rho g z_2 + \rho \frac{V_2^2}{2} + \Delta p_f + \rho w_s$$

$A_1 = A_2 \Rightarrow V_1 = V_2 = V = \frac{Q}{A} = 7{,}2\ m/s$
$z_1 = z_2$
$w_s = 0$ (inget tillfört arbete)

$$p_1 - p_2 = \Delta p_f$$

6.10b) $\Delta p_f = f \frac{L}{d} \rho \frac{V^2}{2}$

icke cirkulärt $D_h = \frac{4A}{P} = \frac{8}{\sqrt{3}} \cdot 10^{-2}$ m

$Re_{D_h} = \frac{V \cdot D_h}{\nu} = 2{,}6 \cdot 10^5 > Re_c$
$\Rightarrow$ turbulent

skrovligt rör $\frac{\varepsilon}{D_h} = 6{,}5 \cdot 10^{-3}$

Moody diagram $\Rightarrow f = 0{,}033$

$$p_1 - p_2 = f \frac{L}{D_h} \rho \frac{V^2}{2} = \underline{\underline{930\ kPa}}$$

<u>Givet:</u> $x = 3$ m, $y = 0{,}003$ m, $\bar{u} = 3$ m/s
Luft, $t = 20°C$, Tabell 1.4 $\Rightarrow$
$\mu = 18 \cdot 10^{-6}$ kg/ms, $\nu = 15 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$, $\rho = 1{,}2\ kg/m^3$

<u>Sökt:</u> τ_w, U och δ

<u>Lösning:</u> Laminärt eller turbulent?
Beräkna Re_x baserat på $\bar{u}$

$$Re_x = \frac{\bar{u} x}{\nu} = \frac{3 \cdot 3}{15 \cdot 10^{-6}} = 6 \cdot 10^5 > 5 \cdot 10^5$$

alltså bör Re_x baserat på U vara ändå större
$\Rightarrow$ Sannolikt turbulent

log-lagen: $\frac{\bar{u}}{u^*} = 2{,}44 \ln\left(\frac{u^* y}{\nu}\right) + 4{,}9$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{u^*} - 4{,}9\right) \cdot \frac{1}{2{,}44} \quad \ln \frac{u^* \cdot 0{,}003}{15 \cdot 10^{-6}}$$

Iterera fram u^*

	VL	HL
Gissa $u^* = 0{,}2$ m/s	4,14	3,68
0,22	3,58	3,78
<u>0,213</u>	3,76	3,75

$u^* = 0{,}213$ m/s, kolla $y^+ = \frac{u^* y}{\nu} = 42{,}6$ ∴ log-omr OK

$$\underline{\tau_w = \rho u^{*2} = 0{,}054\ Pa}$$

(7.44) $\Rightarrow$

$$\underline{U} = \left(\frac{\tau_w x^{1/7}}{0{,}0135\, \mu^{1/7} \rho^{6/7}}\right)^{7/13} = \underline{4{,}89\ m/s}$$

$$Re_x = \frac{4{,}89 \cdot 3}{15 \cdot 10^{-6}} = 9{,}78 \cdot 10^5$$

(7.1) $\Rightarrow$ $\underline{\delta} = \frac{0{,}16 x}{Re_x^{1/7}} = \underline{0{,}067\ m}$

(giltig för $Re_x > 1 \cdot 10^6$)

$\frac{A_e}{A^*} = 3$

$P_0 = 100\ kPa.$

Två områden där vi inte får stöt:

1) Stöt i utloppet
↓
Totalt expanderat (supersoniskt)

2) Ingen strömning
↓
Chokat men subsoniskt. (subsoniskt)

1) $\frac{A_e}{A^*} = \frac{1}{Ma} \frac{(1 + 0{,}2\ Ma^2)^3}{1{,}728} \Rightarrow Ma_e\ (sup) = 2{,}6374.$
$Ma_e\ (sub) = 0{,}1975$

$\frac{P_0}{P_e} = (1 + 0{,}2\ Ma_e^2)^{3,5} \Rightarrow P_e = \ldots = 4{,}73\ kPa.$

Över stöten

$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{k+1}\left[2k\,Ma_1^2 - (k-1)\right]$

$P_2 = 37{,}6\ kPa.$

$\Rightarrow$ $\underline{0 < P_b = P_c < 37{,}6\ kPa.}$

2) $Ma_e = 0{,}1975$

$\Rightarrow P_e = 97{,}32\ kPa.$

$\underline{97{,}3 < P_b = P_c < 100\ kPa}$