

1 Tenta i komplex analys, F/ Kf och TM, MVE 025 och MVE 295

2012 03 08, 08.30-12.30

Hjälpmedel: Formelblad som delas ut av tentamensvakterna
Telefonvakt: Dawan Mustafa 0703-088304

1. a) Beräkna integralen

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x^2 + 4x + 5} dx.$$

(7p)

2. Beräkna integralen

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2 + \cos \theta}$$

med hjälp av residykalkyl. (7p)

3. Hur många nollställen har funktionen $f(z) = 2z^5 - 6z^2 + z + 1$

a) i cirkelskivan $\{z; |z| < 1\}$? (3p)

b) i ringområdet $\{z; 1 < |z| < 2\}$? (4p)

4. a) Använd Laplacetransformering för att ge en lösningsformel för differentialekvationen

$$u'(t) + u(t) = f(t), \quad t > 0,$$

med begynnelsevärdet $u(0) = 1$. (Du får alltså inte lösa uppgiften genom att använda metoden med integrerande faktor, men använd gärna den metoden för att kolla ditt svar!)(4p)

b) Vad blir lösningen explicit när $f(t) = 1$ för $t > 1$ och $f(t) = 0$ för $t \leq 1$? (3p)

5. a) På vilken kurva avbildar funktionen $f(z) = 1/z$ cirkeln $\{z; |z - 1| = 1\}$? (3p)

b) Finn en konform avbildning av området $\{z; 1 < |z - 1| \text{ och } |z - 2| < 2\}$ på övre halvplanet (4p).

6. Formulera och bevisa algebras fundamentalsats. (5p)

7. Formulera och bevisa Moreras sats. (5p)

8. Låt f vara holomorf i hela komplexa planet och antag att f är reellvärd då $|z| = 1$. Visa att f är konstant.

(5p)

Lycka till!,
BB